

# مکمل اعداد



4618CH02

## (Whole Numbers)

نمبرز

### 2.1 تعارف (Introduction)

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ جب ہم گناہ شروع کرتے ہیں تو ہم 1, 2, 3, ... کا استعمال کرتے ہیں۔ گناہ شروع کرتے ہی یہ فطری طور پر دماغ میں آجائے ہیں۔ اس لیے ریاضی والوں ان گنے والے اعداد کو طبعی یا فطری اعداد (Natural Numbers) کہتے ہیں۔

### پیش رو اور جانشین (Predecessor and successor)

#### کوشش کیجیے

- 1 - درج ذیل اعداد کے پیش رو اور جانشین لکھیے:  
19; 1,997; 12,000;  
49; 1,00,000;  
کیا کوئی ایسا طبعی عدد ہے جس کا کوئی پیش رو نہیں ہے?  
کیا کوئی ایسا طبعی عدد ہے جس کا کوئی جانشین نہیں ہے?  
کیا کوئی آخری طبعی عدد ہے?

کسی بھی طبعی عدد میں ایک جمع کرنے پر ہمیں اگلا عدد حاصل ہوتا ہے۔ یعنی آپ کو اس عدد کا جانشین مل جاتا ہے۔

کا جانشین  $16 = 1 + 16 = 17$  ہے۔ اور 19 کا جانشین  $20 = 1 + 19 = 20$  ہے۔ اور اسی طرح آگے بھی۔

عدد 16، عدد 17 سے پہلے آتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ 17 کا پیش رو ہے۔  $17 - 1 = 16$

کا پیش رو ہے  $20 - 1 = 19$  اور اسی طرح آگے بھی ہے۔

عدد 3 کا ایک پیش رو ہے اور ایک جانشین بھی۔ 2 کے بارے میں کیا خیال ہے؟ اس کا جانشین 3 اور پیش رو 1 ہے۔ کیا

عدد 1 کا جانشین اور پیش رو دونوں ہیں؟

ہم اپنے اسکول میں بچوں کی تعداد گن سکتے ہیں۔ کسی شہر میں لوگوں کی تعداد گن جا سکتی ہے۔ ہم ہندوستان کے لوگوں کی تعداد بھی گن سکتے ہیں۔ پوری دنیا کے لوگوں کی تعداد کو بھی گنا جا سکتا ہے۔ یوں تو ہم آسمان کے تاروں کو نہیں گن پاتے اور نہ ہی ہم اپنے سر کے بالوں کو۔ لیکن اگر ہم کسی طرح ان کو گن سکیں تو اس کے لیے بھی کوئی نہ کوئی عدد موجود ہوگا۔ پھر ہم اس عدد میں 1 جوڑ کراس سے بڑا عدد حاصل کر سکتے ہیں اور اسی طرح ہم انسانوں کے بالوں کی کل تعداد کو بھی لکھ سکتے ہیں۔



یہ تو اب صاف ظاہر ہے کہ کوئی بھی عدد سب سے بڑا نہیں ہوتا۔ طبیعی اعداد کے بارے میں ان سوالوں کے علاوہ اور بھی ایسے ہی بہت سے سوال ہمارے دماغ میں آسکتے ہیں۔ کچھ اسی طرح کے سوالوں کے بارے میں سوچیے اور اپنے دوستوں سے اس بارے میں بات کجیے، ہو سکتا ہے آپ ایسے بہت سارے سوالوں کے جواب نہیں جانتے ہوں۔

## 2.2 مکمل اعداد (Whole Numbers)

ہم نے دیکھا کہ طبیعی اعداد میں عدد 1 کا کوئی پیش رو نہیں ہے۔ طبیعی اعداد کے مجموعہ میں 0 کو عدد 1 کے پیش رو کے طور پر شامل کر دیتے ہیں۔

طبیعی اعداد کے ساتھ صفر (0) ملانے پر ہمیں مکمل اعداد کا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔

آپ اپنی پچھلی کلاسوں میں اعداد کے تمام بنیادی عمل پڑھ چکے ہیں یعنی جمع، گھٹا، ضرب اور تقسیم۔ آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ سوالوں میں ان کا استعمال کیسے کرتے ہیں۔ آگے بڑھنے سے پہلے ہم دیکھیں گے کہ عددی خط ہوتا کیا ہے؟

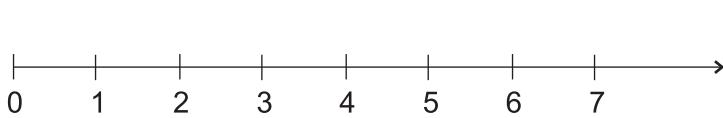
### کوشش کیجیے

- 1- کیا تمام طبیعی اعداد مکمل اعداد بھی ہوتے ہیں؟
- 2- کیا تمام مکمل اعداد طبیعی اعداد بھی ہوتے ہیں؟
- 3- سب سے بڑا مکمل عدد کون سا ہے؟

## 2.3 عددی خط (The Number Line)

ایک خط بنائیے۔ اس پر ایک نقطہ لگائیے اور اس کا نام 0 رکھیے۔ 0 کے واہنی طرف ایک اور نقطہ لگائیے اور اس کا نام 1 رکھیے۔

ان دونوں نقطوں بین 0 اور 1 کے درمیان کے فاصلہ کو 'اکائی فاصلہ' کہتے ہیں۔ اسی خط پر 1 کے دامنی طرف اکائی فاصلہ پر ایک اور نقطہ لگائیے۔ اس کا نام 2 رکھیے اور اسی طرح ایک اکائی کے فاصلہ پر اور دوسرے نقطے لگائیے اور ان کا نام 3, 4, 5, ... رکھیے۔ آپ دامنی طرف کسی بھی مکمل عدد تک جاسکتے ہیں۔ مندرجہ ذیل خط مکمل اعداد کے لیے ایک عددی خط ہے۔



نقطہ 2 اور 4 کے درمیان کتنا فاصلہ ہے؟ یقیناً یہ دو اکائیاں ہیں۔ کیا آپ نقطہ 2 اور 6 کے درمیان کا فاصلہ بتاسکتے ہیں۔ اور نقطہ 2 اور 7 کے درمیان کا بھی؟

عددی خط پر آپ دیکھتے ہیں کہ عدد 7، عدد 4 کے دامنی طرف ہے۔ یہ عدد 7، عدد 4 سے بڑا ہے۔ یعنی  $4 < 7$ ؛ عدد 6 کے دامنی طرف ہے اور  $6 < 8$ ۔ یہ جانتے سے ہمیں یہ مددگار ہے کہ دیے گئے دو مکمل اعداد میں سے جو عدد دامنی طرف ہوگا وہی بڑا ہوگا۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ عددی خط پر جو عدد دوسرے عدد کے دامنی طرف ہوگا وہ چھوٹا ہوگا۔

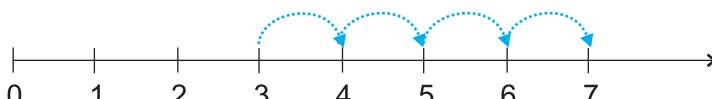
مثال کے طور پر  $9 > 4$  کیونکہ عدد 4 عدد 9 کے دامنی طرف ہے۔ اسی طرح  $5 > 12$ ، کیونکہ عدد 12 عدد 5 کے دامنی طرف ہے۔

10 اور 20 کے بارے میں آپ کیا کہیں گے؟

عددی خط پر 30، 12، اور 18 کے نشانات لگائیے کون سا عدد سب سے زیادہ دامنی طرف ہے؟ کیا آپ 1005 اور 9756 میں سے بتاسکتے ہیں کہ کون سا عدد دوسرے عدد کے مقابلے میں دامنی طرف ہوگا۔ ایک عددی خط بنائیے اور اس پر 12 کے جانشین اور 7 کے پیش رو کو ظاہر کیجیے؟

### عددی خط پر جمع (Addition on the Number Line)

مکمل اعداد کی جمع کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ آئیے ہم 3 اور 4 کی جمع دیکھتے ہیں۔



تیر کی شروعات 3 کے نشان پر ہے۔ 3 سے شروع کیجیے۔ چونکہ ہم کو اس عدد میں 4 کو جمع کرنا ہے۔ اس لیے ہم دامنی طرف 4 قدم چلیں گے۔

### کوشش کیجیے

عددی خط کا استعمال  
کرتے ہوئے  $4 + 5$ ،  
 $3 + 6$  اور  
 $1 + 6$   
معلوم کیجیے؟

## مکمل اعداد

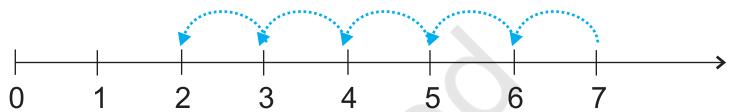
3 سے 4 پر، 4 سے 5 پر، 5 سے 6 پر اور 6 سے 7 پر جیسا کہ اوپر دکھایا گیا ہے۔ آخری تیر کی نوک چوتھے قدم کے بعد 7 کے نشان پر ہے۔

$$3 + 4 = 7 \text{ یعنی } 7$$

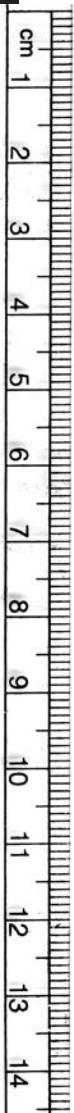
## عددی خط پر تفریق (Subtraction on the Number Line)

دو مکمل اعداد کی گھٹا کو بھی عددی خط پر دکھایا جاسکتا ہے۔

آئیے 5 - 7 معلوم کرتے ہیں:



7 سے شروع کیجیے۔ کیونکہ 5 کو گھٹانا ہے۔ اس لیے ایک اکائی کا ایک قدم لیتے ہوئے دائیں طرف چلیے اس طرح پانچ قدم چلیے۔ ہم 2 کے نشان پر پہنچیں گے یعنی  $7 - 5 = 2$



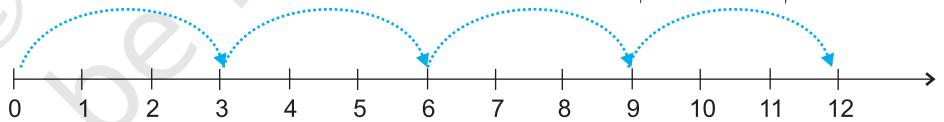
### کوشش کیجیے

عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے  $3 - 8$ ،  $9 - 6$  اور  $2 - 6$  معلوم کیجیے۔

## عددی خط پر ضرب (Multiplication on the Number Line)

اب ہم عددی خط پر مکمل اعداد کی ضرب دیکھتے ہیں۔

آئیے ہم  $4 \times 3$  معلوم کریں۔



0 سے شروع کیجیے۔ 3 کا نیوں کا ایک ساتھ قدم لیتے ہوئے دائیں طرف 4 بار چلیے۔ آپ کہاں پہنچے۔ آپ 12 پر پہنچیں گے۔ اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $3 \times 4 = 12$

### کوشش کیجیے

عددی خط کا استعمال کرتے ہوئے  $2 \times 6$ ،  $3 \times 3$  اور  $4 \times 2$  معلوم کیجیے۔

## مشق: 2.1



10999 کے اگلے تین طبی اعداد لکھیے۔

10001 کے پیش رو تین مکمل اعداد لکھیے۔

سب سے چھوٹا مکمل عدد کون سا ہے؟

- 4 32 اور 53 کے درمیان کتنے مکمل اعداد ہیں؟
- 5 ہر ایک کا جانشین لکھیے
- 2345670 (d) 1099999 (c) 100199 (b) 2440701 (a)
- 6 ہر ایک کا پیش رو لکھیے
- 7654321 (d) 208090 (c) 10000 (b) 94 (a)
- 7 مندرجہ ذیل عددی جوڑوں میں کون سا عدد، عددی خط پر، دوسرے عدد کے باینیں طرف واقع ہے۔ دونوں اعداد کے درمیان مناسب علامت (<, >) لگا کر بھی لکھیے
- 9830415,10023001 (d) 98765,56789 (c) 370,307 (b) 530,503 (a)
- 8 مندرجہ ذیل میں ہر ایک بیان کے سامنے درست (T) یا غلط (F) لکھیے۔
- (a) صفر سب سے چھوٹا طبعی عدد ہے۔
  - (b) عدد 399 کا پیش رو 400 ہے۔
  - (c) صفر سب سے چھوٹا مکمل عدد ہے۔
  - (d) عدد 599 کا جانشین 600 ہے۔
  - (e) تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں۔
  - (f) تمام مکمل اعداد طبعی اعداد ہوتے ہیں۔
  - (g) کسی دو ہندسی عدد کا پیش رو ایک ہندسی نہیں ہو سکتا ہے۔
  - (h) سب سے چھوٹا مکمل عدد ایک ہے۔
  - (i) طبعی عدد 1 کا کوئی پیش رو نہیں ہے۔
  - (j) مکمل عدد 1 کا کوئی پیش رو نہیں۔
  - (k) 11 اور 12 کے درمیان مکمل عدد 13 واقع ہے۔
  - (l) مکمل عدد 0 کا کوئی پیش رو نہیں ہے۔
  - (m) کسی دو ہندسی عدد کا جانشین ہمیشہ دو ہندسی عدد ہوتا ہے۔

## 2.4 مکمل اعداد کی خصوصیات (Properties of Whole Numbers)

جب ہم اعداد کی مختلف عملوں پر قریبی نظر ڈالتے ہیں تو ہم مکمل اعداد میں بہت سی خصوصیات پاتے ہیں۔ یہ خصوصیات اعداد کو بہتر طریقہ سے سمجھنے میں مددگار ہوتی ہیں۔ اس کے علاوہ بعض عملوں میں کی جانے والی تحسیب بھی آسان ہو جاتی ہے۔

آئیے کلاس میں سے ہر پچھے کوئی دو مکمل اعداد لے اور ان کو جوڑے۔ کیا جواب ہمیشہ ایک مکمل عدد ہی ہوگا؟ آپ کی جمع کچھ اس طرح ہوگی:

8	+	7	=	15، ایک مکمل عدد ہے۔
5	+	5	=	10، ایک مکمل عدد ہے۔
15	+	0	=	15، ایک مکمل عدد ہے۔
.	+	.	=	...
.	+	.	=	...

ایسے پانچ اور جوڑوں کے ساتھ کوشش کیجئے۔ کیا حاصل جمع ہمیشہ ایک مکمل عدد ہی ہے؟

کیا آپ ایک ایسا مکمل اعداد کا جوڑا بن سکتے ہیں، جس کا جوڑ مکمل عدد نہ ہو؟ ایسے مکمل اعداد حاصل کرنا ناممکن ہے جن کا حاصل جمع مکمل عدد نہ ہو۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی دو مکمل اعداد کو جوڑنے سے مکمل عدد ہی حاصل ہوتا ہے۔ یعنی جمع کے تحت مکمل اعداد کا مجموعہ بندشی ہوتا ہے۔ اس خاصیت کو مکمل اعداد کی جمع کی بندشی خاصیت (Closure Property) کہتے ہیں۔

کیا مکمل اعداد ضرب کے تحت بھی بندشی ہوتے ہیں۔ آپ اس کو کیسے جانچیں گے؟

آپ کی ضرب کچھ اس طرح ہوگی:

8	×	7	=	56، ایک مکمل عدد ہے۔
5	×	5	=	25، ایک مکمل عدد ہے۔
15	×	0	=	0، ایک مکمل عدد ہے۔
.	×	.	=	...
.	×	.	=	...

دو مکمل اعداد کی ضرب سے موصول ضرب حاصل ضرب بھی ایک مکمل عدد ہوتا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ ضرب کے تحت بھی مکمل اعداد کا نظام بندشی ہے۔

**بندشی خاصیت (Closure Property):** مکمل اعداد جمع اور ضرب دونوں نظام عمل کے تحت بندشی ہوتے ہیں۔

6	-	2	=	4، ایک مکمل عدد ہے۔
7	-	8	=	?، ایک مکمل نہیں عدد ہے۔
5	-	4	=	1، ایک مکمل عدد ہے۔
3	-	9	=	?، ایک مکمل عدد نہیں ہے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے  
1۔ مکمل اعداد تفریق کے تحت  
بندشی نہیں ہیں۔ کیون؟  
آپ تفریق کچھ اس طرح  
کریں گے۔

آپ خود سے کچھ اور مثالیں لیجیے اور ان کی جا نجی کیجیے۔  
2۔ کیا مکمل اعداد تقسیم کے تحت بندشی ہیں یا نہیں؟ اس جدول کا مشاہدہ کیجیے۔

8	÷	4	=	2، ایک مکمل عدد ہے۔
5	÷	7	=	$\frac{5}{7}$ ایک مکمل نہیں عدد ہے۔
12	÷	3	=	4 ایک مکمل عدد ہے۔
6	÷	5	=	$\frac{6}{5}$ ایک مکمل عدد نہیں ہے۔

آپ خود کچھ اور مثالیں بنائیے اور ان کی جا نجی کیجیے۔

### صفر سے تقسیم (Division by Zero)

کسی عدد سے تقسیم کرنے کا مطلب اُس عدد کو بار بار گھٹانا ہے۔

آئیے ذرا  $2 \div 8$  معلوم کرتے ہیں:

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 - 2 \\
 \hline
 6 \\
 - 2 \\
 \hline
 4 \\
 - 2 \\
 \hline
 2 \\
 - 2 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad \dots\dots\dots\dots$$

8 میں سے 2 کو بار بار گھٹائیے۔

اس عمل کو کتنی بار دہرانے پر ہم صفر پر پہنچے؟ چار بار۔

اس لیے ہم لکھتے ہیں  $8 \div 2 = 4$

اس عمل کا استعمال کرتے ہوئے  $8 \div 4$  اور  $16 \div 4$  معلوم کیجیے۔

## مکمل اعداد



$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 2 \end{array} \quad \dots\dots 1$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 2 \end{array} \quad \dots\dots 2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 2 \end{array} \quad \dots\dots 3$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 2 \end{array} \quad \dots\dots 4$$

⋮      ⋮

آئیے اب  $0 \div 2$  معلوم کریں۔

ہر بار عمل کو دہرانے پر ہمیں 2 ہی ملتا ہے! کیا یہ سلسلہ کہیں رکے گا؟ نہیں ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $0 \div 2$  بے معنی عمل ہے

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 0 \\ \hline 7 \end{array} \quad \dots\dots 1$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 0 \\ \hline 7 \end{array} \quad \dots\dots 2$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ - 0 \\ \hline 7 \end{array} \quad \dots\dots 3$$

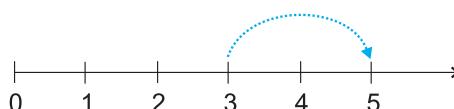
⋮

$7 \div 0$  معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔ اس حالت میں بھی ہم کو گھٹانے کے عمل میں کبھی 0 حاصل نہیں ہوگا۔ ہم کہہ سکتے ہیں  $0 \div 7$  ایک بے معنی عمل ہے۔ اس کی بھی جانچ کیجیے۔

”کسی مکمل عدد کو 0 سے تقسیم کرنا ایک بے معنی عمل ہے۔“

## جمع اور ضرب کی تقلیلیت (Commutativity of Addition and Multiplication)

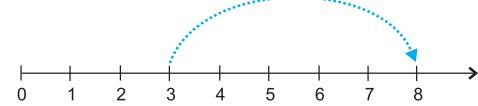
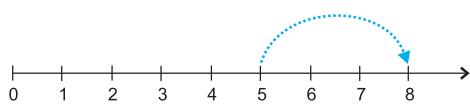
نیچے دی گئی عدد خط کی شکل کیا ظاہر کر رہی ہے؟



دونوں مرتبہ ہم 5 پر پہنچتے ہیں۔ اس لئے  $2 + 3$  اور  $3 + 2$  ایک ہی ہیں۔



اسی طرح  $3 + 5$  اور  $5 + 3$  ایک ہی ہیں۔



$4 + 6$  کے لئے بھی کوشش کریں۔



آپ کو ایسا کوئی بھی مکمل اعداد کا جوڑا نہیں حاصل ہوگا جس کو دو مختلف ترتیب میں جمع کریں تو حاصل جمع مختلف ہو۔

آپ دو مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جمع کر سکتے ہیں۔

ہم کہیں گے کہ مکمل اعداد کی جمع تقلیلی (Commutative) ہے۔ اس خاصیت کو جمع کا تقلیلی کلیہ کے نام سے جانا جاتا ہے۔

اس پر اپنے دوستوں سے بحث کچھے

آپ کے گھر میں کوئی چھوٹی سی تقریب ہے۔

آپ مہمانوں کے لیے 8 کرسیوں کی 6 قطاریں ترتیب دینا چاہتے ہیں۔ اس کے لیے آپ کو کل  $8 \times 6$  کرسیاں چاہئیں۔ مگر آپ کا کمرہ اتنا چوڑا نہیں ہے کہ اس میں 8

کرسیوں کی 6 قطاریں بن سکیں تو آپ نے طے کیا کہ ہم 6 کرسیوں کی 8 قطاریں بنالیں۔ اب آپ کو کتنی کرسیاں چاہیے ہوں گی؟ کیا اب آپ کو زیادہ گرسیاں چاہیے؟ کیا ضرب کا بھی تقلیلی کلکیہ ہوتا ہے۔

4 اور 5 کو مختلف ترتیب میں ضرب کیجیے۔

آپ دیکھیں گے کہ  $4 \times 5 = 5 \times 4$

کیا یہ 3 اور 6، 5 اور 7 اعداد کے لئے بھی ٹھیک ہے؟

آپ دو مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں ضرب کر سکتے ہیں۔

ہم کہیں گے کہ مکمل اعداد کی ضرب تقلیلی ہوتی ہیں۔

اس طرح مکمل اعداد کی جمع اور ضرب دونوں تقلیلی ہوتی ہیں۔

## مکمل اعداد

درج ذیل کو جانچیے :

(i) مکمل اعداد تفریق کے تحت تقلیلی نہیں ہوتے ہیں اس کو جانچ کرنے کے لیے کم از کم تین عددی جوڑے لیجیے۔

(ii) کیا  $(3 \div 6)$  اور  $(6 \div 3)$  ایک سے ہیں؟ اس کو ثابت کرنے کے لئے مکمل اعداد کے کچھ اور جوڑے لیجیے۔

**جمع اور ضرب کی تلازیت (Associativity of Addition and Multiplication)**

درج ذیل شکل کا مشاہدہ کیجیے :



$$(2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9 \quad (\text{a})$$



$$2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9 \quad (\text{b})$$

اوپر شکل (a) میں ہم پہلے 2 اور 3 کو جمع کر سکتے ہیں اور پھر اس حاصل جمع میں 4 کو جمع کرتے ہیں۔ اور (b) میں آپ پہلے 3 اور 4 کو جمع کر سکتے ہیں اور پھر اس حاصل جمع میں 2 کو جمع کر سکتے ہیں۔ کیا جواب ایک سانہیں ہے؟ اس پر بھی غور کریں:

$$5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15 \quad \text{اور} \quad (5 + 7) + 3 = 12 + 3 = 15$$

$$\text{اس لئے، } (5 + 7) + 3 = 5 + (7 + 3)$$

یہ مکمل اعداد کی جمع کے تحت تلازی خاصیت ہے۔ اس کو اعداد 2، 8 اور 6 کے لئے جانچیے۔

**مثال نمبر 1:** اعداد 234، 234، 197 اور 103 کو جوڑیے۔

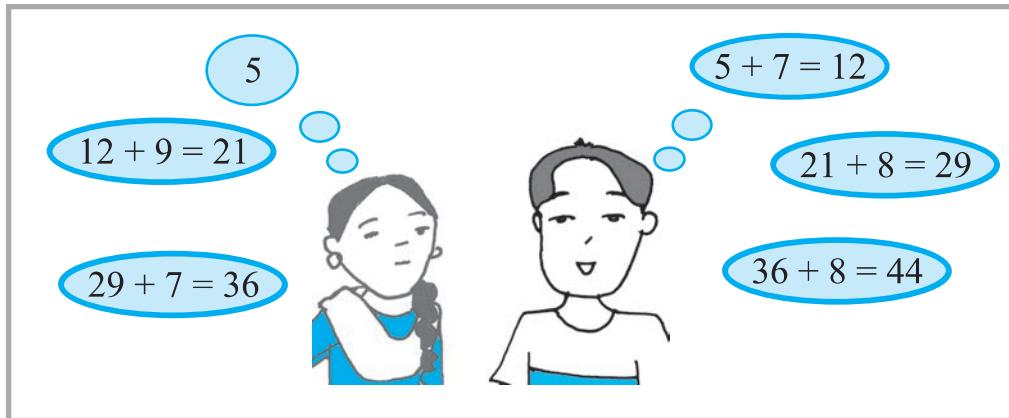
$$\begin{aligned} 234 + (197 + 103) &= 234 + 197 + 103 \\ &= 234 + 300 = 534 \end{aligned}$$

یہ کھیل کھیلیے

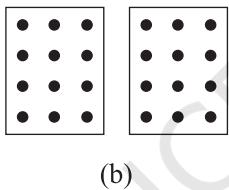
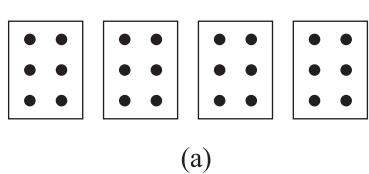
آپ اور آپ کا دوست اس کھیل کو کھیل سکتے ہیں۔

آپ 1 سے 10 تک کا کوئی عدد بولیے۔ آپ کا دوست اب اس عدد میں 1 سے 10 تک کا کوئی عدد جمع کریں اور حاصل جمع بتائیں۔ اب آپ کی باری ہے۔ آپ اس حاصل جمع میں 1 سے 10 تک کا کوئی عدد

جمع کریں اور حاصل جمع بتائیں اب آپ دونوں باری باری سے یہی کھیل دھرائیں گے جو پہلے 100 پر پہنچ گا وہی چیتے گا۔ اگر آپ ہمیشہ جتنا چاہتے ہیں تو آپ کا منصوبہ (پلان) کیا ہونا چاہیے۔



درج ذیل شکل 2.1 میں ضرب کی کچھ حقیقتیں (facts) دکھانی گئیں ہیں۔ ان کا مشاہدہ کیجیے۔



شکل (a) اور شکل (b) میں نقطوں کی تعداد کو گنیے۔ آپ کو کیا ملا؟ نقطوں کی تعداد برابر ہے۔ شکل (a) میں ہمارے پاس ہر باکس میں  $3 \times 2$  نقطے ہیں۔ اس لیے نقطوں کی کل تعداد  $24 = (2 \times 3) \times 4$  ہے۔

شکل (b) کے ہر باکس میں  $4 \times 3$  نقطے ہیں تو نقطوں کی کل تعداد  $24 = (3 \times 4) \times 2$  ہے۔ اس طرح  $(3 \times 5) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$ ۔ اسی طرح آپ دیکھ سکتے ہیں:  $(3 \times 5) \times 4 = 3 \times (5 \times 4)$ ۔ یہی عمل  $2 \times (5 \times 6)$  اور  $(6 \times 2) \times 5$  اور  $4 \times (6 \times 3)$  اور  $(4 \times 6) \times 3$  کے لیے کیجیے۔

یہ مکمل اعداد کے لیے ضرب کی تلازی خاصیت ہے۔

سوچیے اور معلوم کیجیے:

ان میں کون سا آسان ہے اور کیوں؟

$$(6 \times 5) \times 3 \quad \text{یا} \quad 6 \times (5 \times 3) \quad (\text{a})$$

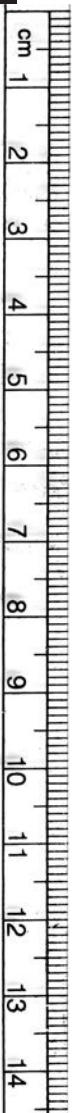
$$(9 \times 4) \times 25 \quad \text{یا} \quad 9 \times (4 \times 25) \quad (\text{b})$$

**مثال نمبر 2:** 14 + 17 + 6 کو دو طریقوں سے معلوم کیجیے۔

$$(14 + 17) + 6 = 31 + 6 = 37 \quad \text{حل:}$$

$$14 + 17 + 6 = 14 + 6 + 17 = (14 + 6) + 17 = 20 + 17 = 37$$





یہاں آپ نے جمع کے لیے تلازی اور تقلیلی خصوصیات دونوں کو ملا کر استعمال کیا ہے۔  
کیا آپ سمجھتے ہیں کہ تلازی اور تقلیلی خاصیت نے عمل کو آسان بنادیا ہے؟

### کوشش کیجیے

معلوم کیجیے:  $7 + 18 + 13; 16 + 12 + 4$

درج ذیل قسم کے سوالات کے لیے ضرب کی تلازی خاصیت بہت کارگر ہوتی ہے۔

### مثال نمبر 3:

حل:  $12 \times 35 = (6 \times 2) \times 35 = 6 \times (2 \times 35) = 6 \times 70 = 420$

اوپر کی مثال میں ہم نے سب سے چھوٹی ہفت عدد کو 5 کے ضعف سے ضرب کر کے تلازی خاصیت کا استعمال کیا۔

### مثال نمبر 4:

حل:  $8 \times 1769 \times 125 = 8 \times 125 \times 1769$

(یہاں آپ نے کون سی خاصیت استعمال کی ہے)

$$= (8 \times 125) \times 1769$$

$$= 1000 \times 1769 = 17,69,000.$$

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

کیا  $(2 \div 4 \div 2 = 16 \div (4 \div 2))$  کیا تقسیم کے لیے بھی کوئی تلازی خاصیت ہے؟ نہیں۔

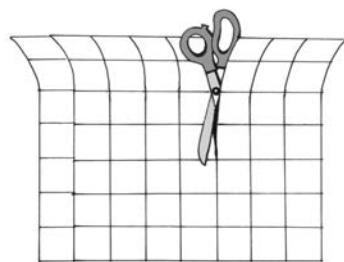
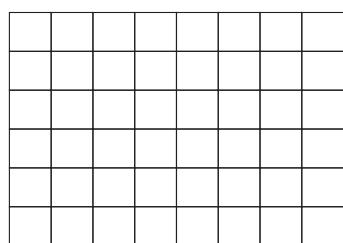
اپنے دوستوں سے اس بارے میں بات کیجیے اور  $2 \div 28$  اور  $(14 \div 28) \div (14 \div 14)$  کے بارے میں سوچیے

### اسے کیجیے

جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت (Distributivity of Multiplication over Addition)

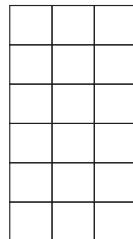
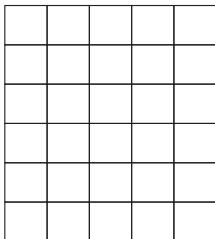
ایک 6 سم چوڑا اور 8 سم لمبا گراف پیپر لیجے جس میں 1 سم 1 سم کے مربع ہوں۔

اس میں کل کتنے مربع ہیں؟



کیا یہ عدد  $8 \times 6$  ہے؟

اب اس کاغذ کو 6 سم  $\times$  5 سم اور 6 سم 3 سم کے سائز کے دو حصوں میں کاٹئے۔ جیسا کہ مندرجہ بالا تصویر میں دکھایا گیا ہے۔



مربعوں کی تعداد: کیا یہ  $3 \times 6$  ہے؟

مربعوں کی تعداد: کیا یہ  $5 \times 6$  ہے؟  
دونوں مکمل طور پر مل کتنے مرقع ہیں۔

کیا یہ  $(6 \times 5) + (6 \times 3)$  ہے؟ کیا اس کا مطلب  
لیکن  $6 \times 8 = 6 \times (5 + 3)$

کیا یہ  $6 \times (5 + 3) = (6 \times 5) + (6 \times 3)$  کو ظاہر کرتا ہے؟

اسی طرح آپ دیکھیں گے کہ  $2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$

اس کو جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت کہتے ہیں۔

تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجیے  $4 \times (5 + 8) ; 6 \times (7 + 9) ; 7 \times (11 + 9)$   
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

درج ذیل ضرب کا مشاہدہ کیجیے اور اس پر بات چیت کیجیے کہ کیا ہم اعداد کو ضرب کرتے وقت اس تصور (جمع پر ضرب کی تقسیمی خاصیت) کو لاگو کر سکتے ہیں یا نہیں۔

$$\begin{array}{r}
 425 \\
 \times 136 \\
 \hline
 2550 \quad \leftarrow 425 \times 6 \quad (6\text{ کا یہی سے ضرب}) \\
 12750 \quad \leftarrow 425 \times 30 \quad (3\text{ دہائی سے ضرب}) \\
 42500 \quad \leftarrow 425 \times 100 \quad (1\text{ سینکڑے سے ضرب}) \\
 \hline
 57800 \quad \leftarrow 425 \times (6 + 30 + 100)
 \end{array}$$

**مثال نمبر 5:** اسکول کی کمیٹیں میں ایک دن کا دوپہر کا کھانا 20 ₹ اور دو دھن 4 ₹ کا فروخت ہے۔  
5 دن میں آپ ان چیزوں پر کتنے روپے خرچ کریں گے؟



**حل:** اسے دو طریقوں سے معلوم کیا جاسکتا ہے؟

پہلا طریقہ: 5 دن کے لئے دو پھر کے کھانے پر خرچ معلوم کیجیے۔

5 دن کا دو دھن کا خرچ معلوم کیجیے۔

اب اس کو جمع کیجیے۔

$$5 \times 20 = ₹ 100 = \text{دو پھر کے کھانے کا خرچ}$$

$$5 \times 4 = ₹ 20 = \text{دو دھن کا خرچ}$$

$$₹ 120 = ₹ (100 + 20) = \text{کل خرچ}$$

دوسرا طریقہ: ایک دن میں آنے والا کل خرچ معلوم کیجیے۔

پھر اس کو 5 سے ضرب کر دیجیے۔

$$₹ (20 + 4) = \text{ایک روز کا (دو پھر کے کھانے اور دو دھن) کا خرچ}$$

$$₹ 120 = ₹ (5 \times 24) = ₹ 5 \times (20 + 4)$$

مثال سے ظاہر ہوا کہ

$$5 \times (20 + 4) = (5 \times 20) + (5 \times 4)$$

یہ جمع پر ضرب کی تقسیم کی خاصیت ہے۔

**مثال نمبر 6:** تقسیمی خاصیت کا استعمال کر کے  $12 \times 35$  کا معلوم کیجیے۔

$$12 \times 35 = 12 \times (30 + 5)$$

$$= 12 \times 30 + 12 \times 5$$

$$= 360 + 60 = 420$$

**مثال نمبر 7:** حل کیجیے  $126 \times 55 + 126 \times 45$  **حل:**

$$126 \times 55 + 126 \times 45 = 126 \times (55 + 45)$$

$$= 126 \times 100$$

$$= 12600.$$

### کوشش کیجیے

تقسیمی خاصیت کا استعمال کر کے

$$17 \times 23 : 15 \times 68$$

$$69 \times 78 + 22 \times 69$$

معلوم کیجیے

**تماثل (جمع اور ضرب کے لیے)** (Identity for Addition and Multiplication)

مکمل اعداد کا مجموعہ، طبی اعداد کے مجموعہ سے کس طرح مختلف ہے؟ مکمل اعداد کے مجموعہ میں صفر ہوتا ہے جب کہ طبی اعداد میں صفر نہیں ہوتا ہے۔ یہ عدد 'صفر' جمع میں ایک امتیازی کردار ادا کرتا ہے۔ آپ کو درج ذیل

7	+	0	=	7
5	+	0	=	5
0	+	15	=	15
0	+	26	=	26
0	+	.....	=	.....

جدول اس کے کردار کا اندازہ کرنے میں مدد کرے گی۔ جب آپ کسی مکمل عدد میں صفر کو جوڑتے ہیں تو جواب کیا ہوتا ہے؟ یہ تو پھر وہی مکمل عدد ہوتا ہے۔ صفر کو مکمل اعداد کی جمع کے لیے تماشی عنصر یا جمعی تماش (Identity for addition) کہتے ہیں۔

صفر کا ضرب میں بھی امتیازی کردار ہے کسی بھی عدد کو جب صفر سے ضرب کرتے ہیں تو جواب صفر آتا ہے۔

مثال کے طور پر درج ذیل نمونہ کا مشاہدہ کیجیے۔

$$\left. \begin{array}{l} 5 \times 6 = 30 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 5 \times 4 = 20 \\ 5 \times 3 = 15 \\ 5 \times 2 = \dots \\ 5 \times 1 = \dots \\ 5 \times 0 = ? \end{array} \right\}$$

غور کیجیے کہ حاصل ضرب کیسے کم ہوتا جا رہا ہے۔  
کیا آپ نے کوئی نمونہ دیکھا؟  
کیا آپ نے آخری مرحلہ کا اندازہ لگایا؟  
کیا یہ نمونہ دوسرے مکمل اعداد کے لیے بھی درست ہو گا؟  
دو مختلف مکمل اعداد کے لیے اس عمل کو دہرا یہ۔

7	$\times$	1	=	7
5	$\times$	1	=	5
1	$\times$	12	=	12
1	$\times$	100	=	100
1	$\times$	.....	=	.....

آپ نے مکمل اعداد کی جمع کے عمل کے لیے تماشی عنصر کو دیکھا ہے۔ صفر کو جمع کرنے پر عدد میں کوئی تبدیلی نہیں آتی ہے۔ اسی طرح مکمل اعداد کی ضرب کے عمل کے لیے بھی تماشی عنصر ہوتا ہے۔ مشاہدہ کیجیے:  
آپ ٹھیک ہیں۔ مکمل اعداد کا ضربی تماش ہے۔

## مشق: 2.2



- مناسب ترتیب سے درج ذیل کی حاصل جمع معلوم کیجیے:

$1962 + 453 + 1538 + 647 \quad (\text{b})$

$837 + 208 + 363 \quad (\text{a})$

- مناسب ترتیب سے درج ذیل کی حاصل ضرب معلوم کیجیے:

$8 \times 291 \times 125 \quad (\text{c})$

$4 \times 166 \times 25 \quad (\text{b})$

$2 \times 1768 \times 50 \quad (\text{a})$

$125 \times 40 \times 8 \times 25 \quad (\text{f})$

$285 \times 5 \times 60 \quad (\text{e})$

$625 \times 279 \times 16 \quad (\text{d})$

- درج ذیل میں ہر ایک کی قدر معلوم کیجیے:

$54279 \times 92 + 8 \times 54279 \quad (\text{b})$

$297 \times 17 + 297 \times 3 \quad (\text{a})$

$3845 \times 5 \times 782 + 769 \times 25 \times 218 \quad (\text{d})$

$81265 \times 169 - 81265 \times 69 \quad (\text{c})$

## مکمل اعداد



4۔ مناسب خصوصیات کا استعمال کر کے حاصل ضرب معلوم کیجیے؟

$$1005 \times 168 \quad (d)$$

$$258 \times 1008 \quad (c)$$

$$854 \times 102 \quad (b) \quad 738 \times 103 \quad (a)$$

ایک شیکسی ڈرائیور نے پیر کے دن اپنی ٹیکسی میں 40 لیٹر پٹرول بھروایا۔ اگلے دن اس نے 50 لیٹر پٹرول بھروایا۔ اگر پٹرول کی قیمت 44 ₹ فی لیٹر ہے تو بتائیے اس نے پٹرول پر کتنے روپے خرچ کیے؟



5۔ ایک دودھ والا ایک ہوٹل میں صبح کو 32 لیٹر دودھ اور شام کو 68 لیٹر دودھ دیتا ہے اگر دودھ کی قیمت 45 روپے فی لیٹر ہے تو دودھ والے کو ایک دن میں کتنے روپے ملیں گے؟

6۔ مندرجہ ذیل کے جوڑے ملائے؟

$$425 \times 136 = 425 \times (6 + 30 + 100) \quad (i)$$

$$2 \times 49 \times 50 = 2 \times 50 \times 49 \quad (ii)$$

$$80 + 2005 + 20 = 80 + 20 + 2005 \quad (iii)$$

(a) ضرب کے تحت تقلیلی

(b) جمع کے تحت تقلیلی

(c) جمع پر ضرب کی تقلیلی خاصیت

## 2.5 مکمل اعداد میں نمونے (Patterns in Whole Numbers)

ہم اعداد کو نقطوں کے ذریعے بنی بنیادی شکلوں میں ترتیب دینے کی کوشش کریں گے جو شکلیں ہم لیں گے وہ درج ذیل ہیں: (1) ایک لائن یا خط (2) ایک مستطیل (3) ایک مریخ (4) ایک مثلث ہر عدد کو ان میں سے کسی ایک شکل میں مرتب کیا جانا چاہیے۔ کوئی دوسری شکل بنانے کی اجازت نہیں۔

ہر عدد کو ایک خط کی شکل میں ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

- عدد 2 کو اس طرح دکھایا جا سکتا ہے۔ • •

- • • عدد 3 کو اس طرح دکھایا جا سکتا ہے۔

اور اسی طرح آگے کے اعداد بھی۔

- کچھ اعداد کو مستطیل کی شکل میں بھی دکھایا جا سکتا ہے۔

مثال کے طور پر 6 کو مستطیل کی شکل میں دکھایا جا سکتا ہے۔

نوٹ کیجیے کہ یہاں 2 قطرائیں اور 3 کالم ہیں۔

- کچھ اعداد جیسے 4 یا 9 وغیرہ کو مریخ کی شکل میں بھی ترتیب دیا جا سکتا ہے۔

$$4 \longrightarrow \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \qquad 9 \longrightarrow \begin{array}{ccccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

کچھ اعداد کو مثلث کی طرح بھی ترتیب دیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر۔

$$3 \longrightarrow \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array} \quad 6 \longrightarrow \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}$$

نوٹ کیجیے کہ مثلث کے دو اضلاع برابر ہونے چاہیے۔ سب سے نیچے سے شروع ہونے والی قطروں میں نقطوں کی تعداد 1, 2, 3, 4, 5 ہونی چاہیے۔ سب سے اوپر والی قطر میں ہمیشہ ایک ہی نقطہ ہوگا۔

درج ذیل جدول کو مکمل کیجیے:

مثلث	مربع	مستطیل	خط	عدد
نہیں	نہیں	نہیں	ہاں	2
ہاں	نہیں	نہیں	ہاں	3
نہیں	ہاں	ہاں	ہاں	4
نہیں	نہیں	نہیں	ہاں	5
				6
				7
				8
				9
				10
				11
				12
				13

ایک خاص عدد ہے۔  
اعداد 1

### کوشش کیجیے

- 1۔ کون سے اعداد صرف ایک خط کی شکل میں دکھائے جاسکتے ہیں؟
- 2۔ کون سے مریع کی شکل میں دکھائے جاسکتے ہیں؟
- 3۔ کون سے اعداد مستطیل کی شکل میں دکھائے جاسکتے ہیں؟
- 4۔ شروع اسی سات مثلث نما اعداد لکھیے۔ (یعنی وہ اعداد جن کو مثلث کی شکل میں ترتیب دیا جاسکتا ہے) 3, 6, ...

## مکمل اعداد

5۔ کچھ اعداد کو دو مستطیل نما اعداد کی شکل میں دکھایا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر۔



$$\text{اسی طرح کی کم از کم پانچ اور مشابیں دیجیے}$$

## نمونوں کا مشاہدہ کیجیے (Patterns)

نمونوں کا مشاہدہ کرنے سے آپ کو عملوں کو آسان بنانے میں مدد ملتی ہے۔ درج ذیل کو پڑھیے:

$$126 = 127 - 1 = 117 + 10 - 1 = 117 + 9 \quad (a)$$

$$108 = 107 + 1 = 117 - 10 + 1 = 117 - 9 \quad (b)$$

$$216 = 217 - 1 = 117 + 100 - 1 = 117 + 99 \quad (c)$$

$$18 = 17 + 1 = 117 - 100 + 1 = 117 - 99 \quad (d)$$

کیا یہ نمونہ آپ کو ..... 9, 99, 999 وغیرہ جیسے اعداد کی جمع اور تفریق کرنے میں مددگار ہوگا؟

یہاں ایک اور نمونہ دیکھیے:

$$84 \times 99 = 84 \times (100 - 1) \quad (b) \quad 84 \times 9 = 84 \times (10 - 1) \quad (a)$$

$$84 \times 999 = 84 \times (1000 - 1) \quad (c)$$

کیا آپ کو ..... 999، 99، 99 جیسے اعداد سے ایک عدد کو ضرب کرنے کا آسان اور چھوٹا طریقہ ملا۔

اس طرح کے چھوٹے اور آسان طریقے آپ کے سوالات کو زبانی حل کرنے میں مددگار ہوتے ہیں۔

درج ذیل نمونہ آپ کو ایک ایسا طریقہ بتاتا ہے جس کی مدد سے آپ ایک عدد کو 5 یا 25 یا 125 (آپ

اس کو کچھ اور بھی بڑھا سکتے ہیں) سے ضرب کر سکتے ہیں۔

$$96 \times 25 = 96 \times \frac{100}{4} = \frac{9600}{4} = 2400 \quad (ii) \quad 96 \times 5 = 96 \times \frac{10}{2} = \frac{960}{2} = 480 \quad (i)$$

$$96 \times 125 = 96 \times \frac{1000}{8} = \frac{96000}{8} = 12000\dots \quad (iii)$$

درج ذیل نمونے کیا بتارہے ہیں؟

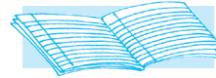
$$64 \times 5 = 64 \times \frac{10}{2} = 32 \times 10 = 320 \times 1 \quad (i)$$

$$64 \times 15 = 64 \times \frac{30}{2} = 32 \times 30 = 320 \times 3 \quad (ii)$$

$$64 \times 25 = 64 \times \frac{50}{2} = 32 \times 50 = 320 \times 5 \quad (iii)$$

$$64 \times 35 = 64 \times \frac{70}{2} = 32 \times 70 = 320 \times 7\dots \quad (iv)$$

### مشق: 2.3



- 1 درج ذیل میں سے کون صفر کو ظاہر نہیں کرے گا؟

$$\frac{10 \ 10}{2} \quad (d) \qquad \frac{0}{2} \quad (c) \qquad 0 \times 0 \quad (b) \qquad 1 + 0 \quad (a)$$

- 2 اگر دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب صفر ہے تو کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ان دونوں میں سے کوئی ایک یا وہ دونوں صفر ہوں گے؟ ایسا جواب مثالوں کے ذریعے صحیح ثابت کیجیے؟

- 3 اگر دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب ایک ہے تو کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ان دونوں میں سے ایک یا وہ دونوں 1 ہوں گے؟ مثالوں کے ذریعے صحیح ثابت کیجیے؟

- 4 تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کو معلوم کیجیے؟

$$824 \times 25 \quad (c) \qquad 5437 \times 1001 \quad (b) \qquad 728 \times 101 \quad (a) \\ 504 \times 35 \quad (e) \qquad 4275 \times 125 \quad (d)$$

- 5 درج ذیل نمونہ کو پڑھیں:

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

اگلے دو مرحلے لکھیے۔ کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ نمونے کیسے کام کرتے ہیں:

(اشارہ:  $12345 = 11111 + 1111 + 111 + 11 + 1$ )

### ہم نے کیا سیکھا؟

- 1 اعداد .....، 3، 2، 1، جس کو ہم گنے کے لیے استعمال کرتے ہیں طبی اعداد کہلاتے ہیں۔

- 2 اگر ایک طبی عدد میں ایک کو جمع کیا جائے تو ہم کو اس کا جانشین ملتا ہے۔ اگر آپ طبی عدد میں سے ایک گھٹا دیں تو آپ کو اس کا پیش رو ملتا ہے۔

- 3 ہر طبی عدد کا جانشین ہوتا ہے اور عدد 1 کے علاوہ ہر طبی عدد کا ایک پیش رو ہوتا ہے۔

- 4 اگر ہم طبی اعداد کے مجموعہ میں صفر کو جمع کریں تو ہم کو مکمل اعداد کا مجموعہ حاصل ہوتا ہے۔ اس لیے اعداد .....، 0، 1، 2، 3،..... مکمل اعداد کے مجموعہ کو بناتے ہیں۔

- 5 ہر مکمل عدد کا ایک جانشین ہوتا ہے۔ صفر کے علاوہ ہر مکمل عدد کا ایک پیش رو بھی ہوتا ہے۔

- 6 تمام طبی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں لیکن سبھی مکمل اعداد طبی اعداد نہیں ہوتے ہیں۔

## مکمل اعداد



- 7- ہم ایک خط لیتے ہیں، اس پر ایک نقطہ لگاتے ہیں اور اس کو 0 سے ظاہر کرتے ہیں۔ پھر ہم صفر کے داہنی طرف برابر فاصلہ پر نشان لگاتے ہیں۔ اور ان کو .....، 1، 2، 3،..... سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح ہم کو مکمل اعداد کا ایک عددی خط ملتا ہے۔ ہم عددی خط پر آسانی سے جمع، گھٹا اور ضرب کے عملیات کر سکتے ہیں۔
- 8- جمع، عددی خط پر داہنی طرف لے جاتا ہے جب کہ تفریق عددی خط پر باکیں طرف لے جاتا ہے۔ ضرب ہم کو صفر سے شروع کر کے برابر فاصلہ کے قدم اختیار کرتے ہوئے آگے بڑھاتی ہے۔
- 9- دو مکمل اعداد کو جمع کرنے سے ہمیں مکمل عدد ہی ملتا ہے۔ اسی طرح دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب بھی مکمل عدد ہی ہوتا ہے۔ ہم کہتے ہیں کہ مکمل اعداد جمع اور ضرب کے تحت بندشی ہوتے ہیں جب کہ مکمل اعداد تفریق اور تقسیم کے تحت بندشی نہیں ہوتے ہیں۔
- 10- صفر سے تقسیم ایک بے معنی عمل ہے۔
- 11- صفر مکمل اعداد کی جمع کے لیے تماشی عرض ہے۔ اور عدد 1، مکمل اعداد کی ضرب کے لیے تماشی عرض ہے۔
- 12- آپ مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں جوڑ سکتے ہیں۔ آپ دو مکمل اعداد کو کسی بھی ترتیب میں ضرب کر سکتے ہیں، ہم کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد کی جمع اور ضرب تقلیدی ہیں۔
- 13- مکمل اعداد کی جمع اور ضرب تلازمی بھی ہے۔
- 14- مکمل اعداد کی جمع پر ضرب تقسیمی ہے۔
- 15- مکمل اعداد کی تقلیدی، تلازمی اور تقسیمی خصوصیات تحسیب کو آسان بنانے میں بہت مددگار ثابت ہوتی ہیں۔ اور ہم ان خصوصیات کا احساس کئے بغیر یا (جانے بنا) ہی ان کا استعمال کرتے رہتے ہیں۔
- 16- اعداد کے نمونے (Patterns) نہ صرف دلچسپ ہوتے ہیں بلکہ زبانی حساب لگانے میں کارآمد بھی ہوتے ہیں۔ اور اعداد کی خصوصیات کو زیادہ بہتر طریقے سے سمجھنے میں مددگار بھی ہوتے ہیں۔