



اعداد و شمار کا استعمال

(Data Handling)

۶۔

تعارف (Introduction) 9.1

آپ نے اپنے استاد کو اپنی کلاس میں روزانہ طلباء کی حاضری لیتے ہوئے یا پھر ہر جانچ یا امتحان کے بعد آپ کے نمبروں کو ریکارڈ رجسٹر میں درج کرتے ہوئے تو ضرور دیکھا ہوگا۔ اسی طرح آپ نے کرکٹ کے اسکور بورڈ تو دیکھیں ہوں گے۔ یہاں دو اسکور بورڈ کھائے گئے ہیں:

گیند باز کا نام	اوور	میڈن اوور	دیے گئے رن	لیے گئے وکٹ
A	10	2	40	3
B	10	1	30	2
C	10	2	20	1
D	10	1	50	4

بلے باز کا نام	رن	کھیلی گئی گیندیں	وقت (منٹ میں)
E	45	62	75
F	55	70	81
G	37	53	67
H	22	41	55

ریکارڈ میں صرف کھیل کی ہار جیت کی جانبکاری کا انداز ہی نہیں ہوتا بلکہ اسکور بورڈ میں کھیل کے بارے میں برابر کی اہمیت کی حامل اور بھی بہت سی کار آمد جانبکاریاں ہوتی ہیں۔ مثلاً آپ یہ بھی معلوم کر سکتے ہیں کہ سب سے زیادہ رن بنانے والے کھلاڑی نے کتنا وقت لیا اور کتنی گیندوں کا سامنا کیا۔

اسی طرح آپ نے اپنی روزمرہ زندگی میں اعداد، تصویریوں اور ناموں وغیرہ کی مختلف جدول دیکھی ہوں گیں۔

ان جدول سے ہم کو اعداد و شمار یا آنکھڑے ملتے ہیں۔ اعداد و شمار جمع کیے گئے اعداد کا وہ مجموعہ ہے جن سے کچھ جانکاری حاصل ہوتی ہے۔

9.2 اعداد و شمار کو درج (Record) کرنا

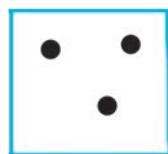
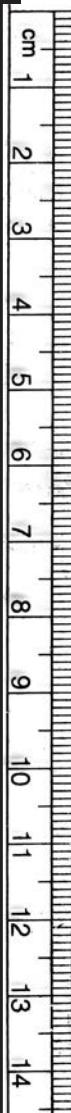
آئیے ایک ایسی کلاس کی مثال لیتے ہیں جو پنک پر جانے کی تیاری میں مصروف ہے۔ استاد نے طلباء سے کیا، سبب، سنترہ یا امروڈ میں سے ان کی پسند کے پھل کے بارے میں پوچھا اور اوما سے اس کی فہرست بنانے کے لئے کہا۔ اس نے تمام بچوں کی ایک فہرست تیار کی اور ان کے ناموں کے سامنے ان کی پسند کے پھل کا نام لکھا۔ یہ فہرست بچوں کو ان کی پسند کے پھل بانٹنے میں استاد کے کام آئے گی۔

سیب	-	بھاونا	کیلا	-	راگھو
کیلا	-	منوج	سیب	-	پریتی
سیب	-	ڈونالڈ	امروڈ	-	امر
کیلا	-	ماریا	سنترہ	-	فاطمہ
سنترہ	-	اوما	سیب	-	ایتنا
امروڈ	-	اختر	کیلا	-	رمن
سیب	-	رتیو	سنترہ	-	رادھا
کیلا	-	سلمه	امروڈ	-	فریدہ
امروڈ	-	کویتا	کیلا	-	انورادھا
کیلا	-	جاوید	کیلا	-	رتی

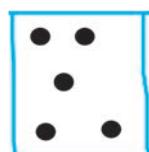


کیلا

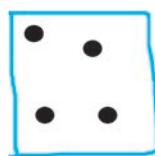
اگر استاد یہ جانا چاہتے ہیں کہ کلاس میں کل کتنے کیلے درکار ہوں گے تو وہ فہرست کے تمام نام ایک ایک کر کے پڑھیں گے اور کیلوں کی مطلوبہ تعداد کو گن لیں گے۔ سیب، امروڈ اور سنتروں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے بھی وہ یہی عمل بار بار دوہرائیں گے۔ یہ کتنا تھکا دینے والا اور وقت ضائع کرنے والا عمل ہے۔ اگر طلباء کی تعداد 50 ہو تو یہ اور بھی تھکا نے والا کام ہو جائے گا۔



اس طرح اومانے صرف ان بچلوں کے نام ایک ایک کر کے اس طرح لکھیے:
کیلا، سیب، امروود، سنترہ، سیب، کیلا، سنترہ، امروود، کیلا، کیلا، سیب، کیلا، سیب، کیلا،
سنترہ، امروود، سیب، کیلا، امروود، کیلا۔



کیا آپ سمجھتے ہیں کہ اس سے استاد کا کام کچھ آسان ہوا ہوگا؟ ان کو پھر بھی
بچلوں کی تعداد ایک ایک کر کے گتا پڑے گی۔ جیسا کہ انہوں نے پہلے کیا تھا۔



سلمه کو ایک دوسری ترکیب سوچی۔ اس نے زمین پر چار چوکور خانے بنائے۔ ہر
خانے کو صرف ایک ہی قسم کے پھل کے لیے مخصوص کر دیا۔ اس نے بچوں سے ان کی
پسند کے پھل والے خانے میں ایک کنکری رکھنے کے لئے کہا۔ یعنی ایک بچہ جس کو کیلا
پسند ہے وہ کیلے کے مخصوص خانے میں ایک کنکری رکھے گا۔ اور اسی طرح دوسرے
خانوں میں بھی۔

ہر خانے میں کنکریوں کو گن کر سلمہ جلدی سے بتا سکے گی ہر قسم کے پھل کتنے کتنے
درکار ہوں گے۔ مختلف خانوں میں ان کنکریوں کو اگر وہ ترتیب سے رکھے گی تو یہ جانکاری اور بھی جلدی سے
حاصل کر سکے گی۔

اس طرح کے عمل کو 40 بچوں کے ساتھ کرنے کی کوشش کیجیے جبکہ کوئی بھی چار بچلوں کے نام طے
کر لیں۔ کنکری کے بجائے آپ بوتل کے ڈھنکن یا کوئی اور ٹوکن بھی استعمال کر سکتے ہیں۔

9.3 اعداد و شمار کی تنظیم (Organisation of Data)

جو سلمہ نے حاصل کی تھی اس جانکاری کو حاصل کرنے کے لیے رونالڈ نے صرف ایک پین اور ایک کاغذ کا
استعمال کیا۔ اس نے کنکریوں کی مدد نہیں لی اور نہ ہی طلبہ سے کہا کہ وہ آئیں اور کنکریوں کو خانے میں
رکھیں۔ اس نے مندرجہ ذیل جدول بنائی:

8	✓✓✓✓✓✓✓✓✓✓	کیلا
3	✓✓✓	سنترہ
5	✓✓✓✓✓	سیب
4	✓✓✓✓	امروود

کیا آپ رونالڈ کے ذریعہ بنائی گئی جدول کو سمجھئے؟

صحیح کا ایک نشان (✓) کیا ظاہر کر رہا ہے؟

4 طبا کو امروز پسند ہیں۔ امروڈ کے سامنے کتنے صحیح کے نشان (✓) لگے ہیں؟

کلاس میں کل کتنے طلباء ہیں؟ یہ تمام جانکاری حاصل کیجیے۔ ان طریقوں پر بات چیت کیجیے۔ ان میں کون سا طریقہ بہتر ہے اور کیوں؟ اگر جانکاری کے لیے اور زیادہ اعداد و شمار کی ضرورت پڑے تو ان میں سے کون سا طریقہ زیادہ کارآمد ہوگا؟

مثال 1: اسکول کی جانب سے دینے جانے والے کھانے کے سلسلہ میں استاد نے ہر طالب علم کی پسند جانی چاہی۔ استاد نے یہ جانکاری حاصل کرنے کی ذمہ داری ماریا کے سپرد کی۔ ماریا نے یہ کام ایک کاغذ اور پنسل کی مدد سے کیا۔ اس نے ایک کالم میں پسند کے کھانوں کو ترتیب سے لکھنے کے بعد طلبہ کی پسند کو ایک لیکر کے نشان کے ذریعے ظاہر کیا:

اویش نے جب مندرجہ بالا جدول کو دیکھا تو اس نے طلباء کی تعداد کو گنے کا ایک اور بہتر طریقہ تجویز کیا۔ اس نے ماریا سے کہا کہ لکیر میں (۱) کو دس کے گروپ میں اکٹھا کرے جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے:

طلبہ کی تعداد	شماریاتی نشانات	پسند
17		صرف چاول
13		صرف روٹی
20		روٹی اور چاول دونوں

راجن نے اس کو اور آسان بنانے کے لیے دس لکیروں کے بجائے پانچ پانچ کے گروپ بنانے کے لیے کہا جیسا کہ نیچے دکھا پا گیا ہے:

لپند	شماریاتی نشانات	طلبہ کی تعداد
صرف چاول	III	17
صرف روٹی	III	13
روٹی اور چاول دونوں	IIII	20

استاد نے مشورہ دیا کہ ہر گروپ میں پانچویں لکیر کو ٹیڑھا لگاؤ جیسے ، ۱۱۱، ان کو ہم شماریاتی نشان کہتے ہیں۔ اس لیے پانچ جمع دو (یعنی سات) ۱۱۱ کو ظاہر کرے گا۔ اور ۱۱۱ پانچ جمع پانچ (یعنی دس) کو ظاہر کرے گا۔

اب جدول کچھ اس طرح دکھائی دے گا۔

پسند	شماریاتی نشانات	طلبہ کی تعداد
صرف چاول	۷ ۷ ۷ ۷ ۷ ۷ ۷	17
صرف روٹی	۷ ۷ ۷ ۷ ۷ ۷ ۷	13
روٹی اور چاول دونوں	۷ ۷ ۷ ۷ ۷ ۷ ۷	20

مثال 2: ایکتا سے کہا گیا کہ اپنی چھٹی کلاس کے طالب علموں کے جو توں کے ناپ کے اعداد و شمار جمع کرے۔
اس نے حاصل جانکاری کو مندرجہ ذیل انداز میں ظاہر کیا:

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6	6	5
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4	6	
5	7	6	7	5	7	6	4	8	7		

جاوید جانا چاہتا ہے کہ (i) طلباء کون سے ناپ کے جوتے سب سے زیادہ پہنچتے ہیں۔ (ii) طلباء کون سے ناپ کے جوتے سب سے کم پہنچتے ہیں۔ کیا یہ جانکاری آپ بھی حاصل کر سکتے ہیں؟ ایکتا نے شماریاتی نشانات استعمال کرتے ہوئے ایک جدول تیار کیا:



طلبا کی تعداد	شماریاتی نشانات	جوتے کی ناپ
5		4
8		5
10		6
7		7
2		8

پہلے پوچھے گئے سوالات کے جواب اب آسانی سے دیے جاسکتے ہیں۔

اسر کیجیے

- اپنی کلاس کے ساتھی کی خاندان کے ارکان کی تعداد کی جانکاری حاصل کیجیے اور اس کو ایک جدول کی شکل میں لکھیے۔ پتہ لگائیے کہ سب سے زیادہ طالب علم کون سے گروپ کے ہیں۔

طلبا کی تعداد	شماریاتی نشانات	خاندان کے ارکان کی تعداد
جن کے خاندان کے ارکان کی تعداد اتنی ہی ہو		

ایک جدول بنائیے اور شماریاتی نشانات استعمال کرتے ہوئے اس اعداد و شمار کو لکھیے۔ اور معلوم کیجیے کہ
 (a) کون سا عدد سب سے کم بار آیا ہے؟ (b) کون سا عدد سب سے زیادہ بار آیا ہے?
 (c) برابر مرتبہ آنے والا عدد؟

9.4 تصویری گراف (Pictograph)

1 کتاب	کتابوں کی تعداد	قطار
	5	قطار 1
	5	قطار 2
	3	قطار 3
	7	قطار 4
	4	قطار 5

ایک الماری کے پانچ خانے ہیں۔ ہر خانے میں کتابوں کی ایک قطار بنی ہے۔ اس کی تفصیلات مندرجہ ذیل دکھائی گئی ہیں۔

کون سی قطار میں سب سے زیادہ کتابیں ہیں؟ کون سی قطار میں سب سے کم کتابیں ہیں؟ کیا کوئی قطار ایسی بھی ہے جس میں کوئی کتاب نہیں ہے؟ ان سوالات کے جواب آپ جدول دیکھ کر بتاسکتے ہیں۔ تصویر کو دیکھ کر آپ اعداد و شمار کو سمجھ سکتے ہیں۔ یہ ایک تصویری گراف ہے۔

ایک تصویری گراف اعداد و شمار کو تصویریوں، چیزوں اور چیزوں کے حصوں کی شکل میں ظاہر کرتا ہے۔ اس سے آنکھوں کو ایک نظر ہی دیکھ کر جواب میں مدد ملتی ہے۔

اس سے کیجیے

عام طور پر اخبارات اور رسالوں میں تصویری گراف کا استعمال پڑھنے والوں کو متوجہ کرنے کے لیے کیا جاتا ہے۔

ایسے ایک یادو شائع ہوئے تصویری گراف جمع کیجیے اور ان کو اپنی کلاس میں دکھائیے اور یہ سمجھنے کی کوشش کیجیے کہ اس میں کیا دکھایا گیا ہے۔



تصویری گراف میں دی گئی معلومات کو سمجھنے کے لیے تھوڑی مشق کی ضرورت ہوتی ہے۔

9.5 تصویری گراف کی ترجمانی (Interpretation of a Pictograph)

مثال 3: درج ذیل تصویری گراف میں 30 بچوں کی ایک کلاس میں پہلے ہفتہ غیر حاضر رہنے والے طلباء کی تفصیلات دکھائی گئی ہیں:

دن	غير حاضرون کی تعداد	1- غير حاضر
پنج	5	5
منگل	4	4
بدھ	2	2
جمعرات	0	0
جمعہ	1	1
سینچر	8	8

- (a) کس دن سب سے زیادہ بچے غیر حاضر ہیں؟
 (b) کس دن پوری حاضری ہے؟
 (c) اس ہفتہ میں کل کتنے طلباء غیر حاضر ہے؟

حل: (a) سب سے زیادہ طلباء غیر حاضر سینچر کو تھے۔ (قطار میں اس اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کے لیے سینچر کے سامنے 8 تصویریں ہیں اور باقی دونوں میں تصویریوں کی تعداد کم ہے۔

(b) جمعرات کے سامنے کوئی تصویری نہیں ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ اس دن کوئی غیر حاضر نہیں تھا۔ اس طرح اس دن کلاس میں 100% حاضری تھی۔

(c) کل ملکر سب 20 تصویریں ہیں۔ اس لیے اس ہفتہ میں کل 20 طالب علم غیر حاضر ہوئے۔

مثال 4: مندرجہ ذیل جدول میں یہ دکھایا گیا ہے کہ ایک کالونی میں رہنے والے لوگوں کو فرج کا کون سارنگ پسند ہے:

دہن لوگ	لوگوں کی تعداد	رنگ
	 	نیلا
	 	ہرا
	 	لال
	 	سفید

(a) نیلا رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

(b) کتنے لوگ لال رنگ پسند کرتے ہیں؟

حل: (a) نیلا رنگ 50 لوگ پسند کرتے ہیں۔

$= 10 \text{ لوگ اس لیے } 5 \text{ ایسی تصویریں } 10 \times 5 \text{ لوگ کو ظاہر کرتی ہیں}$

(b) لال رنگ کتنے لوگ پسند کرتے ہیں یہ معلوم کرنا ذرا مشکل ہے۔

$5 \text{ پوری تصویریوں سے ہم کو ملے } 10 \times 5 = 50 \text{ لوگ۔}$

آخری نامکمل تصویر کو ہم 5 کے برابر مان لیتے ہیں۔

اس طرح لال رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد تقریباً 55 ہوئی۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

اوپر دی گئی مثال میں لال رنگ پسند کرنے والے لوگوں کی تعداد کی $5 + 50$ مانا گیا ہے۔ اگر آپ کا دوست اس کو $8 + 50$ مانتا ہے تو کیا یہ بھی قابل قبول ہوگا۔

مثال 5: ایک اسکول میں یہ معلوم کرنے کے لیے سروے کیا گیا کہ طلباء کون کون سے ذرائع سے روز اسکول آتے ہیں۔ چھٹی جماعت کے 30 طلباء کا اس بارے میں انٹرو یوپ کیا گیا اور حاصل ہوئے اعداد و شمار کو تصریح کرو گا۔

آپ تصویری گراف سے کیا نتیجہ نکال سکتے ہیں؟

آمد و رفت کے ذرائع	طلبہ کی تعداد	طالب علم 1 -
اسکوٹر	4	
سرکاری بس	5	
اسکول بس	10	
سائکل	3	
پیڈل	7	

حل: اور دیے گئے تصویری گراف کو دیکھ کر مندرجہ ذیل سوالات کے جواب جلدی سے دیے جاسکتے ہیں:

- (a) پرائیویٹ کار سے آنے والے طلباء کی تعداد 4 ہے۔

(b) اسکول بس سے آنے والے طلباء کی تعداد سب سے ہونے والا ذریعہ ہے۔

(c) تین طلباء صرف سائیکل سے اسکول آتے ہیں۔

(d) دوسرے موڈس سے اسکول آنے والے طلباء کی تعداد

(b) اسکول بس سے آنے والے طلباء کی تعداد سب سے زیادہ ہے۔ یہ سب سے زیادہ استعمال ہونے والا ذریعہ ہے۔

مثال 6: مندرجہ ذیل تصویری گراف میں ایک خاص ہفتہ کے دوران فیکٹری میں ہاتھ کی گھڑیوں کے بنانے کی تعداد دھامی گئی ہے۔

دن	بنے والی ہاتھ کی گھڑیوں کی تعداد
پنجم	6
منگل	8
بدرہ	7
جمعہ	9
سینچر	5

- (a) کس دن سب سے کم ہاتھ کی گھڑیاں بنی؟
 (b) کس دن سب سے زیادہ ہاتھ کی گھڑیاں بنی؟
 (c) اس خاص ہفتہ میں کل بننے والی ہاتھ کی گھڑیوں کی تعداد معلوم کیجیے۔
 ہم جدول کو مکمل کر کے جواب معلوم کر سکتے ہیں۔

بننے والی ہاتھ کی گھڑیوں کی تعداد	دن
600	پیر
700 سے زیادہ اور 800 سے کم	منگل
.....	بدھ
.....	جمعرات
.....	جمعہ
.....	سینچر

مشق 9.1



- 1 - ریاضی کی جاچ کے دوران 40 طلباء کے مندرجہ ذیل نمبر آئے۔ ان نمبروں کو شماریاتی نشانات کا استعمال کرتے ہوئے ایک جدول میں ترتیب دیجیے۔

8	1	3	7	6	5	5	4	4	2
4	9	5	3	7	1	6	5	2	7
7	3	8	4	2	8	9	5	8	6
7	4	5	6	9	6	4	4	6	6

(a) معلوم کیجیے کہ کتنے طلباء نے 7 یا اس سے زیادہ نمبر حاصل کیے؟

(b) کتنے طلباء نے 4 سے کم نمبر حاصل کیے۔

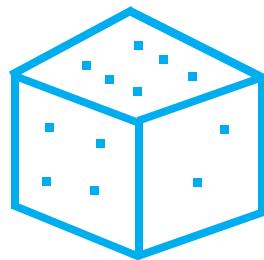
- 2 - چھٹی جماعت کے 30 طلباء کی مٹھائی سے متعلق پسند کی ترجیحات اس طرح ہیں۔

لڑو، برفی، لڑو، جلیبی، لڑو، رس گلا، جلیبی، لڑو، برفی، رس گلا، لڑو، جلیبی، رس گلا، لڑو، رس گلا،

لڑو، لڑو، برفی، رس گلا، رس گلا، جلیبی، رس گلا، لڑو، رس گلا، جلیبی، لڑو

(a) شماریاتی نشانات کا استعمال کرتے ہوئے جدول میں مٹھائیوں کے ناموں کو ترتیب سے لکھیے۔

(b) زیادہ تر طلباء کون سی مٹھائی پسند کرتے ہیں؟



3۔ کیتھر بن نے ایک پانسہ کو 40 بار اچھالا اور اس پر ہر مرتبہ آنے والے عدد کو درج ذیل جدول میں لکھ دیا:

6	1	4	5	3	6	6	5	3	1
1	6	5	5	1	6	4	3	5	2
6	5	5	4	2	5	3	2	2	1
5	1	4	2	5	3	2	6	1	5

شمیریاتی نشان کا استعمال کرتے ہوئے ایک جدول تیار کرو اور معلوم کیجیے
 (a) سب سے کم بار آنے والا عدد (b) سب سے زیادہ مرتبہ آنے والا عدد
 (c) برابر مرتبہ آنے والا عدد

4۔ درج ذیل تصویری گراف 5 گاؤں میں ٹریکٹروں کی تعداد کو ظاہر کر رہا ہے:

گاؤں	ٹریکٹروں کی تعداد
A	6
B	5
C	7
D	4
E	5

تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب لکھیے:

- (i) کون سے گاؤں میں سب سے کم ٹریکٹر ہیں؟
- (ii) کون سے گاؤں میں سب سے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟
- (iii) گاؤں B کے مقابلے گاؤں C کے پاس کتنے زیادہ ٹریکٹر ہیں؟
- (iv) پانچوں گاؤں میں کتنے ٹریکٹر ہیں؟

5۔ تصویری گراف میں مخلوط مڈل اسکول کی ہر کلاس میں لڑکیوں کی تعداد کو ظاہر کیا گیا ہے:

کلاس	لڑکیوں کی تعداد
I	6
II	5
III	5
IV	4
V	4
VI	4
VII	3
VIII	2



اس تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

- (a) کون سی کلاس میں لڑکیوں کی تعداد سب سے کم ہے؟
 (b) کیا چھٹی جماعت میں لڑکیوں کی تعداد پانچوں جماعت کی لڑکیوں کی تعداد سے کم ہے؟
 (c) ساتویں جماعت میں لڑکیوں کی تعداد کیا ہے؟
- 6۔ ایک ہفتے کے دوران الگ الگ دنوں میں بجلی کے بلبوں کی فروخت یہ چند کھانی گئی ہے :

بلب — 2	بجلی کے بلبوں کی تعداد	دن
		پیر
		منگل
		بدرہ
		جعراں
		جمع
		سپت
		اتوار

تصویری گراف کا مشاہدہ کیجیے مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے۔

- (a) جمعہ کے دن کتنے بلب فروخت کیے گئے؟
 (b) کس دن سب سے زیادہ تعداد میں بلب فروخت کیے گئے؟
 (c) کتنے دنوں میں بلب برابر تعداد میں فروخت کیے گئے؟
 (d) کس دن سب سے کم تعداد میں بلب فروخت کیے گئے؟
 (e) اگر ایک بڑے کارٹن میں 9 بلب ہوتے ہیں تو دیئے گئے ہفتے میں کتنے کارٹنوں کی ضرورت پڑے گی؟
- 7۔ ایک گاؤں میں خاص موسم کے دوران پھل فروش مندرجہ ذیل تعداد میں پھلوں کی ٹوکریاں بیچتے ہیں :

پھل فروش کے نام	پھلوں کی ٹوکریوں کی تعداد	100 پھلوں کی ٹوکریاں —
رجیم		
کھن پال		
انور		
مارٹن		
رنجیت سنگھ		
جوزف		

اس تصویری گراف کو دیکھیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

(a) کس پہل فروش نے سب سے زیادہ ٹوکریاں پیچیں؟

(b) انور نے پھلوں کی کتنی ٹوکریاں پیچیں؟

(c) جن پہل فروشوں نے سب سے زیادہ 600 یا اس سے زیادہ پھلوں کی ٹوکریاں پیچی ہیں وہ اگلے موسم میں ایک گودام خریدنے کا منصوبہ بنارہے ہیں۔ کیا آپ ان لوگوں کے نام بتاسکتے ہیں؟

9.6 تصویری گراف بنانا (Drawing a Pictograph)

تصویری گراف بنانا بہت دلچسپ ہوتا ہے لیکن کبھی کبھی اس طرح کی علامت سے (جو کہ گذشتہ مثال میں استعمال کیا گیا ہے) دشواری ہو سکتی ہے۔ اس کی وجہہ ہم آسان علامتوں کو استعمال کر سکتے ہیں۔ اگر علامت 5 طلباء کو ظاہر کرے تو آپ 4 یا 3 طلباء کو کیسے ظاہر کریں گے۔

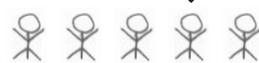
اس طرح کے مسئللوں کو ہم ایک مفروضہ (Assumption) کے ذریعہ حل کر سکتے ہیں کہ علامت 5 طلباء کو ظاہر کرتی ہے۔ تو 4 طلباء کو ظاہر کرتی ہے۔

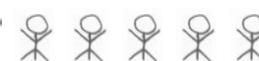
3 طلباء کو ظاہر کرتی ہے، علامت 2 طلباء کو ظاہر کرتی ہے اور علامت 1 طالب علم کو ظاہر کرتی ہے۔ اور پھر اس طرح ظاہر کرنے کا کام شروع ہوتا ہے۔

مثال 7: ایک ہفتہ کے دوران 30 طلباء کی کلاس کی حاضری کی تفصیل درج ذیل ہے۔ اس کو تصویری گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

حاضر طلباء کی تعداد	دن
24	پیغمبر
26	منگل
28	بده
30	جمعرات
29	جمعہ
22	سنچر

حل: جیسا مفروضہ ہم پہلے طے کر چکے ہیں اس کے مطابق

24 کو ظاہر کریں گے 

26 کو ظاہر کریں گے  اور اسی طرح اور بھی

تو تصویری گراف اس طرح تیار ہو گا:

حاضر طلباء کی تعداد	دن
	پنجم
	منگل
	بده
	جمعہ
	جمعرات
	سنبھر
	جمع

5 سے کم کو ایک تصویر کے ذریعہ کیسے ظاہر کریں۔ اس کے لیے ہم کو ایک طرح کا سمجھوتہ کرنا پڑا۔ تصویروں کے تکڑے کرنا بہیشہ ممکن نہیں ہے۔ اس طرح کے معاملہ میں ہم کو کیا کرنا ہوگا؟ مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجیے۔

مثال 8: ایک اقامت گاہ کے لیے سال کے پہلے چار مہینوں میں مندرجہ ذیل ترتیب سے بھل کے بلب خریدے گئے۔

بلب کی تعداد	ماہ
20	جنوری
26	فروری
30	مارچ
34	اپریل

ان تفصیلات کو تصویری گراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

حل: ماں لیجیے کہ علامت پانچ بلبوں کے ظاہر کر رہی ہے جنوری اور مارچ میں تعداد کے حساب سے تصویر بنانا مشکل نہیں ہے۔ لیکن 13 اور 17 کی تعداد کے اظہار کے لیے تصویر بنانا آسان نہیں ہے۔ حالانکہ ہم نے کسی طرح اس تفصیل کو بھی ظاہر کر دیا۔



خیال رہے کہ جب ہم اس طرح کے تصویری گراف کا مطالعہ کرتے ہیں تو مختلف لوگ اس کی تشریخ مختلف طرح سے کر سکتے ہیں۔ حالانکہ صورت حال کو اندازہ سے سمجھا جاسکتا ہے۔

مشق 9.2



1۔ پانچ گاؤں میں کل مویشیوں کی تعداد حسب ذیل دی گئی ہے:

گاؤں A	:	گاؤں B	:	80	:	120
گاؤں C	:	گاؤں D	:	90	:	40
گاؤں E	:			60	:	

10 مویشیوں کو \otimes کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے ان مویشیوں کا تصویری گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے۔

(a) گاؤں E کے مویشیوں کے اظہار کے لیے کتنی علامتوں کی ضرورت ہوگی؟

(b) کس گاؤں میں سب سے زیادہ مویشی ہیں؟

(c) گاؤں A یا گاؤں C کس میں زیادہ مویشی ہیں۔

2۔ مندرجہ ذیل جدول میں مختلف برسوں کے دوران ایک اسکول میں پڑھنے والے طالب علموں کی تعداد دی گئی ہے۔

سال	طالب کی تعداد
1996	400
1998	535
2000	472
2002	600
2004	623

A 100 طلباء کو ایک علامت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے ان طلباء کا ایک تصویری گراف بنائیے اور مندرجہ ذیل سوالات کے جواب دیجیے:

(a) سال 2002 میں طلباء کی کل تعداد کو کتنی علامتوں سے ظاہر کیا جائے گا؟۔

(b) سال 1998 میں طلباء کی کل تعداد کو کتنی علامتوں سے ظاہر کیا جائے گا؟۔

B کسی 50 طلباء کو ظاہر کرنے والی کسی اور علامت کا استعمال کرتے ہوئے ایک اور تصویری گراف بنائیے۔ کون سا گراف آپ کو زیادہ معلومات دیتا ہے؟

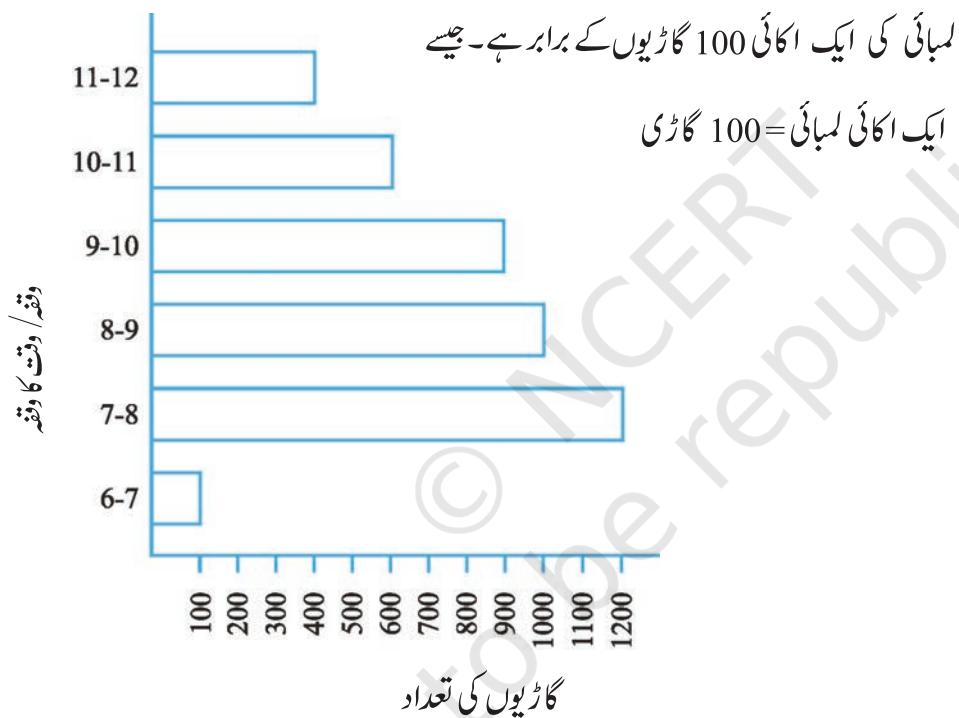
بار گراف (Bar Graph) 9.7

تصویری گراف کے ذریعہ اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کا طریقہ کے لیے نہ صرف زیادہ وقت درکار ہے بلکہ کبھی بعض اوقات یہ مشکل کام بھی ہے۔ آئیے اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کا کوئی دوسرا طریقہ دیکھتے ہیں۔ یکساں چوڑا ای

والے بار (مستطیل) کو برابر فاصلے پر افقي (Horizontally) یا عمودی (Vertically) کھڑا کیا جاسکتا ہے۔ ہر بار کی لمبائی دیے گئے عدد کو ظاہر کرتی ہے۔ اعداد و شمار کے اظہار کے اس طریقہ کو بار گراف کہتے ہیں۔

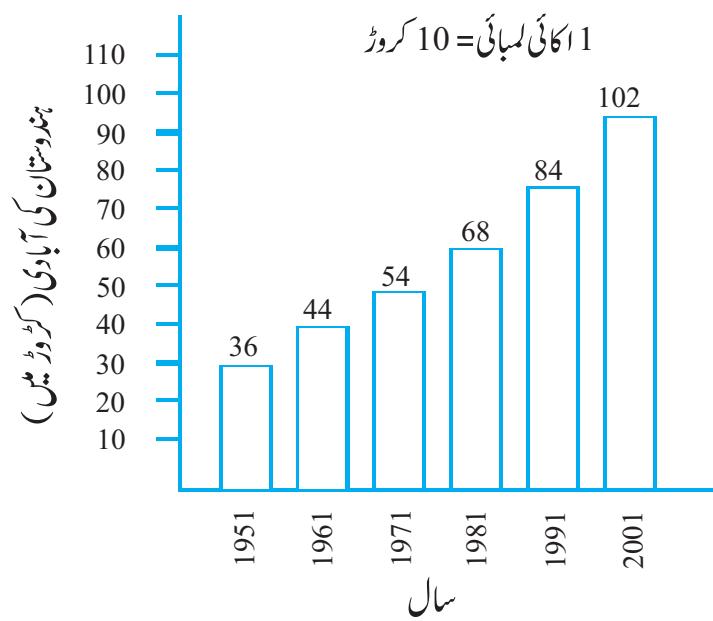
9.7.1 بار گراف کی ترجیحی (Interpretation of Bargraph)

آئیے دہلی کے ایک مصروف چورا ہے سے گزرنے والے ٹریفک، جس کا ایک خاص دن ایک ٹریفک پولیس والے نے مطالعہ کیا، کی مثال پر غور کرتے ہیں، چورا ہے سے صبح کے 6 بجے سے دوپہر 12.00 بجے کے درمیان ہر گھنٹے پر گزرنے والی گاڑیوں کی تعداد کو بار گراف میں دکھایا گیا ہے۔ لمبائی کی اکائی 100 گاڑیوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔



ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سب سے زیادہ ٹریفک کو ظاہر کرنے والا سب سے لمبا بار (یعنی 1200 گاڑیاں) صبح 7-8 بجے کے وقفہ میں ہے۔ دوسرا المبا بار 8-9 بجے صبح کے درمیان ہے۔ اسی طرح سب سے کم ٹریفک کو ظاہر کرنے والا سب سے چھوٹا بار (یعنی 100 گاڑیاں) 6-7 بجے صبح کے درمیان ہے۔ سب سے چھوٹے بار سے بڑا بار 11-12 بجے کے دوران ہے۔

سب سے زیادہ مصروف دو گھنٹوں (10-8 بجے صبح) کے دوران کا کل ٹریفک (اسکولوں، آفسوں اور تجارتی اداروں) دو لمبے باروں کے ذریعہ دکھایا گیا ہے۔ یہ گاڑیاں ہیں $1000 + 900 = 1900$



1 اکائی لمبائی = 10 کروڑ

اگر اعداد و شمار بڑے ہیں تو آپ کو ایک مختلف پیمانہ کی ضرورت ہو سکتی ہے۔ مثال کے طور پر ہندوستان کی آبادی کے اضافہ کا کیس لیں۔ یہ اعداد کروڑوں میں ہے۔ اس لیے اگر آپ ایک اکائی لمبائی سے ایک آدمی کو ظاہر کریں تو اتنے لمبے بار بنانے ناممکن ہیں۔ اس لیے آپ ایک ایسا پیمانہ چنیے جس میں 1 اکائی 10 کروڑ کو ظاہر کرے۔ اس کیس میں بارگراف درج ذیل شکل میں دکھایا گیا ہے۔

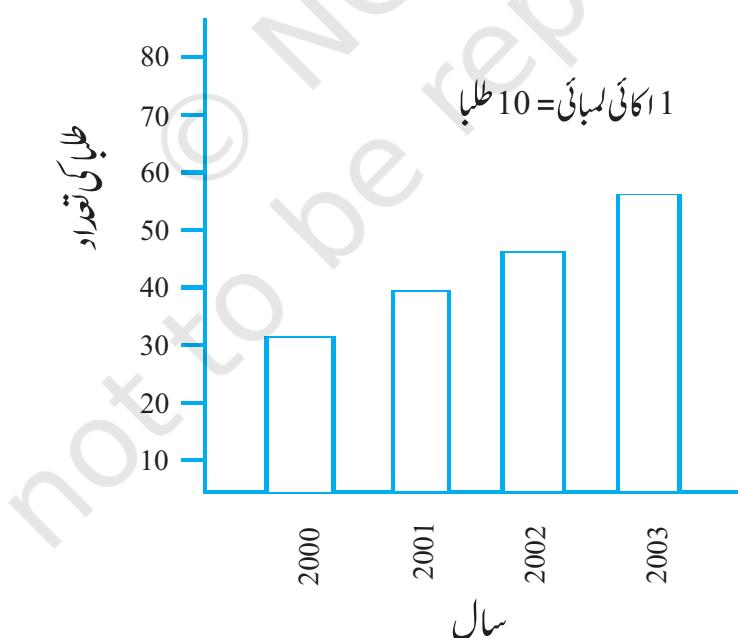
15 اکائی لمبائی کا بار 50 کروڑ اور 8 اکائی کا 80 کروڑ کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال 9: ایک اسکول کی ایک مخصوص کلاس کے لیے دیے گئے درج ذیل بارگراف کو پڑھیے اور نیچے دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے:

- (a) اس گراف کا پیمانہ کیا ہے؟
- (b) ہر سال کتنے نئے طلباء کا اضافہ ہو جاتا ہے؟

(c) کیا سال 2003 میں طلباء کی تعداد، سال 2000 کے مقابلہ میں دو گنی ہے؟

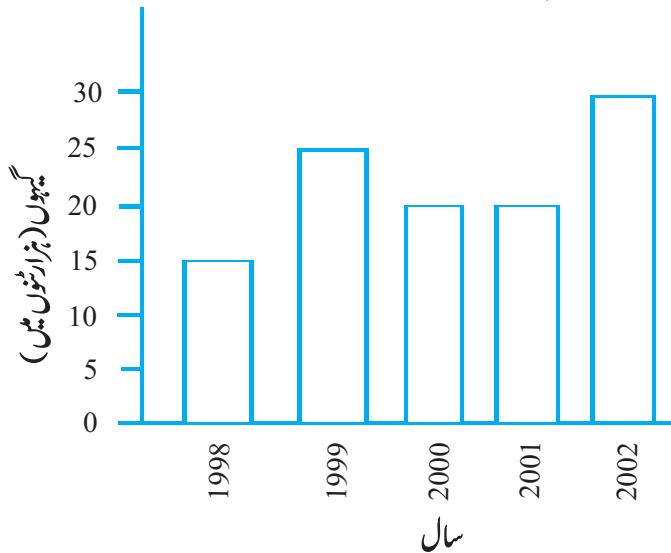
حل: (a) اس گراف میں ایک اکائی برابر 10 طلباء کا پیمانہ لیا گیا ہے۔
 (b) اور (c) کو خود ہی کرنے کی کوشش کیجیے۔



مشق 9.3



1 اکائی لمبائی = 5 ہزارٹن

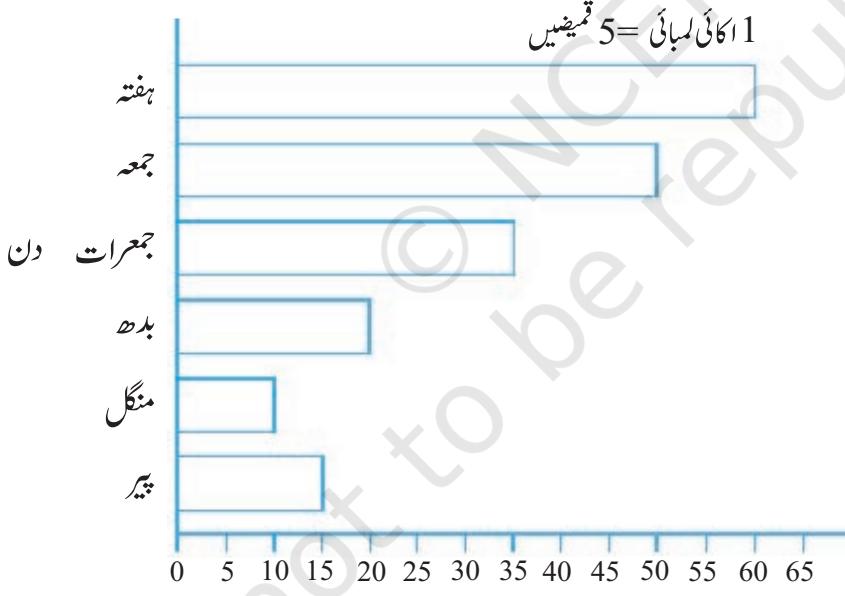


- سال 1998-2002 کے دوران سرکار کے ذریعہ کی گئی گیہوں کی خریداری کو مندرجہ ذیل بارگراف ظاہر کر رہا ہے۔

- بارگراف کو پڑھیے اور اپنے تاثرات لکھیے۔
- کس سال گیہوں کی پیداوار سب سے زیادہ ہوئی؟
 - کس سال گیہوں کا پیداوار سب سے کم ہوئی؟

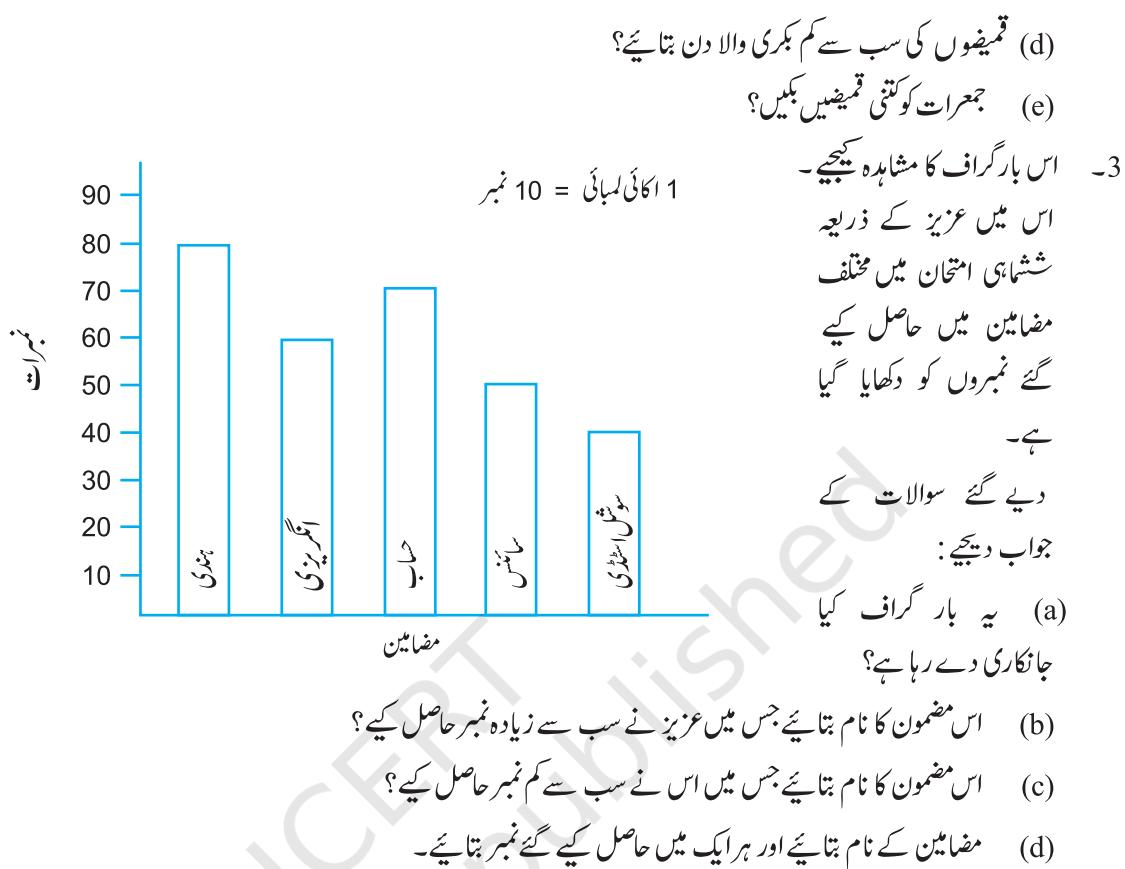
- درج ذیل بارگراف کا مشاہدہ کیجیے، جس میں ایک دکان پر پیور سے سینچر کے دوران شرٹ کی بکری کو ظاہر کیا گیا ہے۔ اور نیچے دیے گئے سوالات کے جواب دیجیے۔

1 اکائی لمبائی = 5 تمیضیں



اب مندرجہ ذیل سوالوں کے جواب دیجیے:

- اوپر دیا گیا بارگراف کیا جانکاری دے رہا ہے؟
- افقی خط (Horizontal Line) پر تمیضیں کی تعداد کو ظاہر کرنے والا پیانہ بتائیے؟
- تمیضیں کی سب سے زیادہ بکری والا دن بتائیے اور پیچی گئی تمیضیں کی تعداد بھی بتائیے؟



9.7.2 بارگراف بنانا (Drawing a Bar Graph)

ذرا اس مثال کو یاد کیجیے جس میں رونالڈ نے اپنی کلاس کے بچوں کی پھلوں کی پسند کو ظاہر کرنے والا جدول بنایا تھا۔

پھلوں کی تعداد	طلبا کی تعداد	کیلا	سنترہ	سیب	امرود
8	4	3	5		

سب سے پہلے ایک افٹی خط (Horizontal Line) اور ایک عمودی خط (Vertical Line) بنائیے۔ افٹی خط پر ہم بار بنائیں گے جو کہ ہر قسم کے پھل کو ظاہر کرے گا۔ اور عمودی خط پر ہم اعداد لکھیں گے جو طلباء کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔



سب سے پہلے ہم ایک پیانہ چلتے ہیں۔ یعنی ہم پہلے یہ طے کر لیں کہ ایک بار کی اکائی لمبائی کتنے طلباء کو ظاہر کرے گی۔

[اکائی = ایک طالب علم]

یہاں پر ہم 1 اکائی لمبائی کو صرف ایک طالب علم سے ظاہر کریں گے۔ یہاں بار گرام کچھ اس طرح ہونا چاہیے۔

مثال 10 : مندرجہ ذیل جدول یہ ظاہر کرتا ہے کہ عمران کے گھر میں مختلف اشیا پر کتنا خرچ ہوتا ہے۔

خرچ ₹ (میں)	اشیاء
3000	مکان کا کرایہ
3400	کھانا
800	تعلیم
400	بجلی
600	آمدورفت
1200	دیگر اخراجات

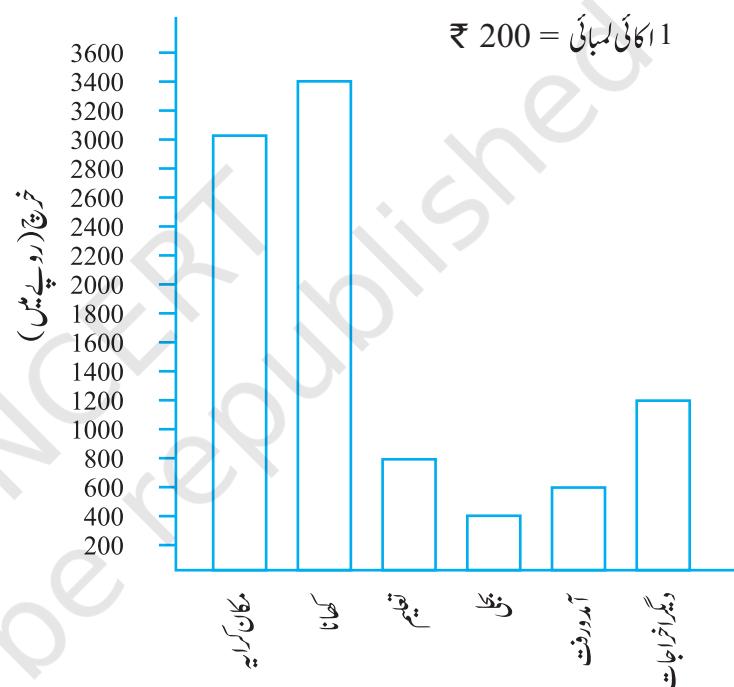
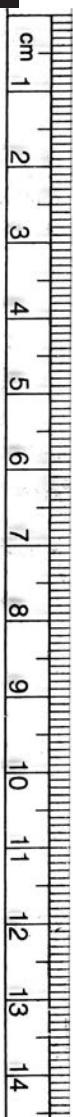
ان اعداد و شمار کو ایک بار گراف (ڈائیگرام) کے ذریعہ ظاہر کرنے کے لیے، یہاں کچھ مرحلے دیے گئے ہیں۔

- (a) ایک افقی خط اور ایک عمودی خط بنائیے۔
- (b) افقی خط پر اشیاء کی نشاندہی اور عمودی خط پر خرچوں کی نشاندہی کیجیے۔
- (c) ایک سی چوڑائی والے بار بنائیے اور ان کے درمیان فاصلہ بھی برابر رکھیں۔
- (d) عمودی خط کے لئے مناسب پیانہ منتخب کریں۔ 1 اکائی لمبائی = 200 ₹ مان کر بالترتیب قیمتوں قدروں کی نشاندہی کیجیے۔

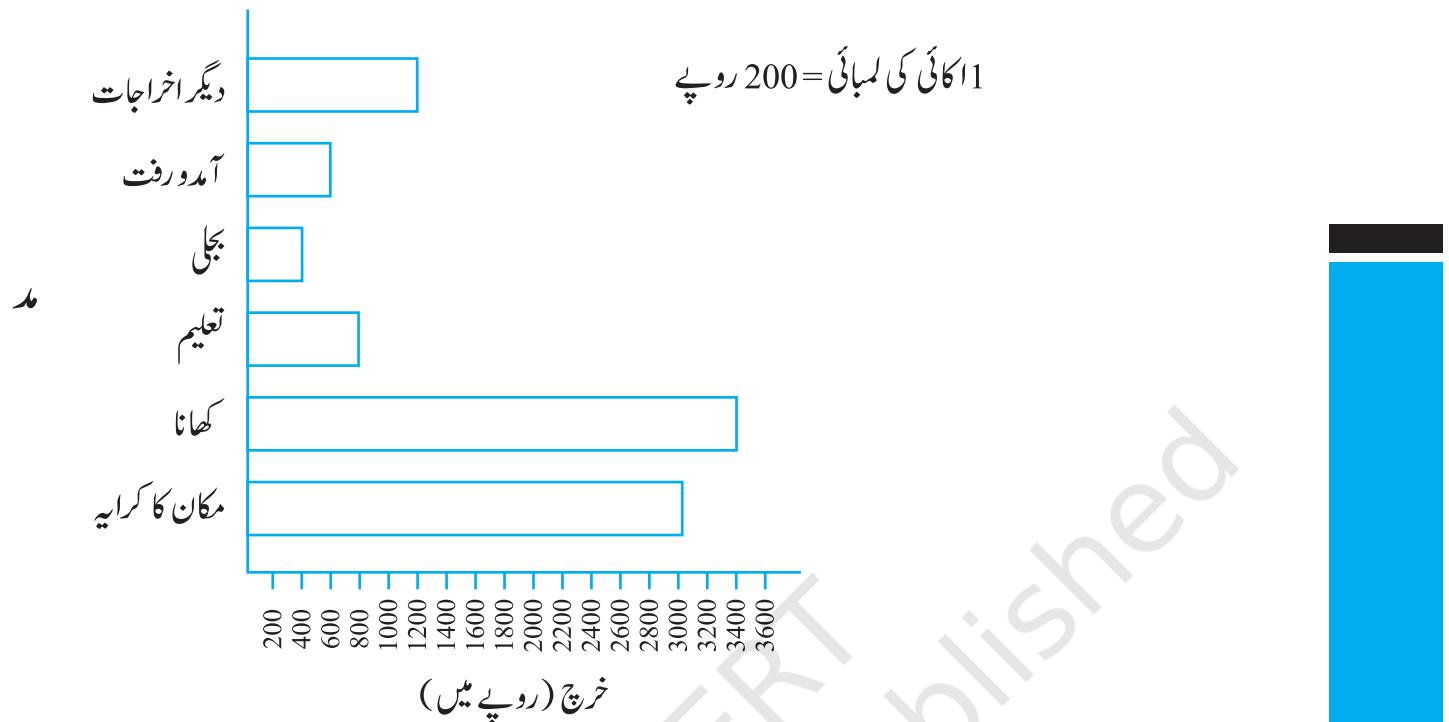
درج ذیل میں دی گئی مختلف اشیا کے باروں کی لمبائی معلوم کیجیے۔

اعداد و شمار کا استعمال

اکائیاں	15	=	$3000 \div 200$:	مکان کا کرایہ
اکائیاں	17	=	$3400 \div 200$:	کھانا
اکائیاں	4	=	$800 \div 200$:	تعلیم
اکائیاں	2	=	$400 \div 200$:	بجلی
اکائیاں	3	=	$600 \div 200$:	آمد و رفت
اکائیاں	6	=	$1200 \div 200$:	دیگر اخراجات



اشیاء اور اخراجات کی جگہ آپس میں تبدیل کر کے اس اعداد و شمار کو درج ذیل طریقہ سے بھی دکھا جاسکتا ہے۔



اسے کیجیے

- آپ اپنے دوستوں کے ساتھ مل کر پانچ اور ایسے موقعوں کے بارے میں سوچیے جہاں سے ہمیں اعداد و شمار ملیں۔

اعداد و شمار کے لیے جدول تیار کیجیے اور بار گراف کا استعمال کرتے ہوئے ان کو ظاہر کیجیے۔

مشق 9.4



- 120 طلباء کا ایک سروے یہ معلوم کرنے کے لئے کیا گیا کہ وہ اپنے خالی وقت میں کون سی سرگرمی کرنے کو ترجیح دیتے ہیں۔

طلباء کی تعداد	ترجیح دی گئی سرگرمی
45	کھیل کوڈ
30	کہانی کی کتابیں پڑھنا
20	ٹی وی دیکھنا
10	موسیقی سننا
15	پیننگ

اعداد و شمار کا استعمال

اوپر دیے گئے اعداد و شمار کو بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے، جبکہ 1 اکائی کی لمبائی = 5 طلباء

کھلیل کو کے علاوہ طلباء نے کس سرگرمی کو سب سے زیادہ ترجیح دی۔

-2 لگاتار 6 دنوں میں ایک دوکاندار کے ذریعہ ریاضی کی کتابوں کی فروخت نیچے دکھائی گئی ہے۔

دن	اتوار	پیار	منگل	بدھ	جمعہ	بھرماں	جمجمہ
فروخت کتابوں کی تعداد	65	40	30	50	20	70	1

اپنی مرضی سے ایک پیمانہ منتخب کر کے اوپر دی گئی معلومات کو بارگراف کے ذریعہ ظاہر کیجیے۔

-3 1998 سے 2002 کے دوران ایک فیکٹری میں تیار کی گئی سائیکلوں کی تعداد درج ذیل جدول میں دکھائی گئی ہے۔

بارگراف کا استعمال کرتے ہوئے ان اعداد و شمار کو ظاہر کیجیے۔ آپ اپنی مرضی کا پیمانہ چن سکتے ہیں۔

سال	تیار کی گئی سائیکلوں کی تعداد
1998	800
1999	600
2000	900
2001	1100
2002	1200

(a) کون سے سال میں سب سے زیادہ سائیکلیں تیار کی گئیں؟

(b) کون سے سال میں سب سے کم سائیکلیں تیار کی گئیں؟

-4 ایک شہر میں مختلف عمر کے لوگوں کے گروپ کی تعداد نیچے جدول میں دکھائی گئی ہے۔

لوگوں کی تعداد (سالوں میں)	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	اگر 75 اور اگر
2 لاکھ	1 لاکھ	1 لاکھ	1 لاکھ	1 لاکھ	80 ہزار	40 ہزار

اوپر کی معلومات کو ظاہر کرنے کے لیے بارگراف بنائیے اور درج ذیل کے جوابات لکھیے :

(a) کون سے دو گروپ کی آبادی برابر ہے؟

(b) 60 سال اور اس سے زیادہ عمر کے لوگ بزرگ شہری (Senior Citizen) کہلاتے ہیں۔ اس شہر میں کتنے لوگ بزرگ شہری ہیں۔

ہم نے کیا سیکھا؟

- 1۔ پچھے معلومات حاصل کرنے کے لیے جمع کیے گئے اعداد کے مجموع کو اعداد و شمار کہتے ہیں۔
- 2۔ دیے گئے اعداد و شمار سے کوئی مخصوص جانکاری جلدی حاصل کرنے کے لیے (اعداد و شمار کو) جدول کی شکل میں ترتیب دیا جاتا ہے۔
- 3۔ ہم نے سیکھا ہے کہ تصویر گراف اعداد و شمار کو تصویریں، اشیا یا اشیا کے حصوں کی شکل میں کیسے ظاہر کرتا ہے۔ ہم نے چیزوں کو علامت کے ذریعہ ظاہر کرتے ہوئے تصویر گراف بنائے ہیں۔ مثال = 100 کتاب
- 4۔ ہم نے بحث کی ہے کہ اعداد و شمار کو بار، ڈائیگرام یا بار گراف کے ذریعہ کیسے ظاہر کرتے ہیں۔ بار گراف میں یکساں چوڑائی والے بار برابر دوری پر افقي یا عمودی خط پر کھڑے کئے جاتے ہیں۔ ہر ایک بار کی لمبائی مطلوبہ جانکاری دیتی ہے۔
- 5۔ ان سب کو کرنے کے لیے ہم نے بحث کی ہے کہ گراف بنانے میں پیمانہ منتخب کرنے کا طریقہ کیا ہونا چاہیے۔ 1 اکائی = 100 طلباء۔ ہم نے دیے گئے بار گراف پڑھنے کی مشق بھی کی ہے اور اس کو کیسے سمجھیں یہ بھی سیکھا ہے۔