

الجبرا



4618CH11

(Algebra)

۱۱۔

تعارف (Introduction) 11.1

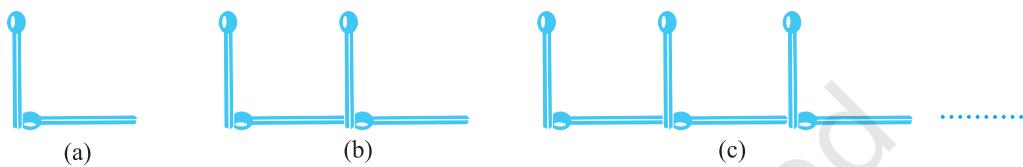
اب تک ہم نے اعداد اور اشکال کے بارے میں پڑھا ہے اور اعداد، اعداد پر عملیات اور اعداد کی خصوصیات کے بارے میں بھی پڑھا ہے، ہم نے اعداد کی اس جانکاری کو اپنی روزمرہ زندگی کے مختلف مسئللوں کو حل کرنے پر استعمال بھی کیا۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم اعداد کے بارے میں پڑھتے ہیں ”حساب“ کہلاتی ہے۔ ہم نے دو اور سہ ابعادی (two and three dimensional) اشکال اور ان کی خصوصیات کے بارے میں بھی پڑھا ہے۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم اشکال کے بارے میں پڑھتے ہیں ”جیومیٹری“ کہلاتی ہے۔ اب ہم ریاضی کی ایک اور شاخ کے بارے میں پڑھنے جا رہے ہیں جس کو ”الجبرا“ کہتے ہیں۔

جس نئی شاخ کو ہم پڑھنے جا رہے ہیں اس کی اصل خاصیت حروف کا استعمال ہے، حروف کا استعمال ہمیں عام طریقے سے اصول (rules) اور فارمولے لکھنے میں مددگار ہوگا۔ حروف کا استعمال کر کے ہم کسی مخصوص عدد کے بارے میں ہی نہیں بلکہ ہر عدد کے بارے میں بات کر سکتے ہیں۔ دوسرے یہ کہ ان حروف کا استعمال نا معلوم مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے کیا جاسکتا ہے۔ نا معلوم کو معلوم کرنے کے طریقے سیکھنے سے ہمارے اندر روزمرہ زندگی کے مسائل اور مختلف معمولوں کو حل کرنے کی صلاحیت بڑھتی ہے۔ تیسرا یہ کہ کیونکہ حروف اعداد کے لیے ہی استعمال ہوتے ہیں اس لیے اعداد پر کیے جانے والے سبھی عملیات ان حروف پر بھی نافذ ہوتے ہیں جس کی وجہ سے ہم یہ الجبرا کی عبارتوں اور ان کی خصوصیات کا مطالعہ کرتے ہیں۔ آپ الجبرا کو بہت دلچسپ اور کارآمد پائیں گے۔ یہ مختلف سوالات کو حل کرنے میں بہت مددگار ہوتا ہے۔ آئیے ہم اپنے مطالعہ کا آغاز آسان مثالوں سے کریں۔

11.2 ماجس کی تیلیوں کے پیٹرن (Matchstick Patterns)

ایمنہ اور سریتا ماجس کی تیلیوں سے پیٹرن بنارہی ہیں۔ انہوں نے طے کیا کہ وہ انگریزی کے حروف تھجی کے آسان پیٹرن بنائیں گی۔ ایمنہ نے دو تیلیاں لیں اور حرف L بنایا جیسا کہ شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔ پھر سریتا نے بھی دو تیلیاں لیں اور اس نے بھی حرف L بنایا اور ایمنہ کے بنائے ہوئے L کے برابر رکھ دیا (شکل (b)).

شکل (11.1(b))



شکل 11.1

پھر ایمنہ نے ایک اور L بنایا کہ جوڑ دیا اور یہ سلسلہ چلتا گیا جیسا کہ شکل (c) میں نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔ تھجی ان کا ایک دوست اپنے آگیا۔ اس نے اس پیٹرن کو دیکھا۔ اپنے کو سوالات کرنے کی بہت عادت ہے اس نے لڑکیوں سے پوچھا۔ سات L بنانے میں کتنے تیلیاں درکار ہوں گی؟ ایمنہ اور سریتا دونوں اصول پسند لڑکیاں ہیں۔ وہ یہ پیٹرن بناتی گئیں۔ L_1, L_2, L_3 اور ان کے لیے ایک جدول بھی تیار کیا۔

جدول 1

.....	8	7	6	5	4	3	2	1	بنائے گئے "L" کی تعداد
.....	16	14	12	10	8	6	4	2	مطلوبہ تیلیوں کی تعداد

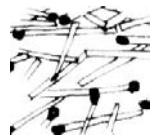
اپنے کو اپنے سوال کا جواب اس جدول سے مل گیا۔ سات L بنانے کے لیے 14 تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔

جدول لکھتے ہوئے ایمنہ کو محسوس ہوا کہ مطلوبہ تیلیوں کی تعداد L کی تعداد کی دو گناہے۔

آسانی کے لیے ہم L کی تعداد کو n لیتے ہیں۔ اگر ایک L بنایا گیا تو $n = 1$ ہو گیا۔ اگر

L_2 بنائے گئے تو $n = 2$ ہو گا اور اسی طرح آگے بھی۔ اس طرح n میں سے 1، 2، 3،

کوئی بھی طبعی عدد ہو سکتا ہے۔ تب ہم لکھتے ہیں۔ مطلوبہ ماجس کی تیلیوں کی تعداد $= 2 \times n$



لکھنے کے بجائے ہم $2n$ بھی لکھ سکتے ہیں۔ یاد رکھیے کہ $2n$ اور $n \times 2$ ایک جیسے ہی ہیں۔



اینه نے اپنے دوستوں سے کہا کہ اس کا اصول یہ بتاسکتا ہے کہ کتنے L بنانے میں کتنی تیلیاں درکار ہوں گی۔

اس طرح اگر $n = 1$ ہے تو مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد $= 2 \times 1 = 2$ ہوگی
اگر $n = 2$ ہے تو مطلوبہ تبدیلیوں کی تعداد $= 2 \times 2 = 4$ ہوگی
اگر $n = 3$ ہے تو مطلوبہ تیلیوں کی تعداد $= 3 \times 2 = 6$ ہوگی
یہ اعداد جدول 1 میں دیے گئے اعداد جیسے ہی ہیں۔

سریتا نے کہا، یہ اصول تو بڑا زبردست ہے۔ اس اصول کا استعمال کر کے تو میں یہ بھی بتاسکتی ہوں کہ L100 بنانے کے لیے کتنی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔ اگر اصول معلوم ہو تو مجھ کو L100 بنانے کے لیے کتنی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔ کیا آپ سریتا کی بات کو درست مانتے ہیں؟

11.3 متغیر کا تصور (The Idea of a Variable)

اوپر دی گئی مثال میں ہم نے ایک ایسا اصول معلوم کیا جس کی مدد سے ہم بتاسکتے ہیں کہ "L" کا پیڑن بنانے میں کتنی ماچس کی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔ یہ اصول تھا:

$$\text{مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد} = 2n$$

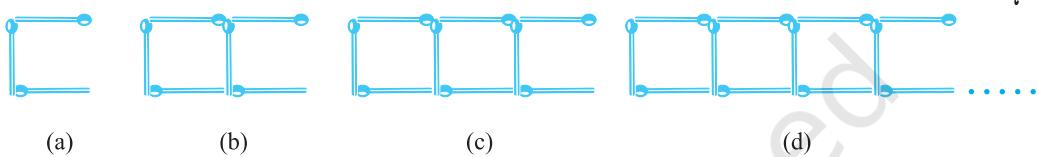
پیڑن میں L کی تعداد کو ہم n سے ظاہر کر رہے ہیں۔ اور n کی قیمت $1, 2, 3, 4, \dots$ میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہے۔ ذرا جدول 1 کو پھر سے ایک بار دیکھیے۔ اس جدول میں n کی قیمت مستقل بدل رہی ہے۔ (بڑھ رہی ہے) نتیجہ کے طور پر تیلیوں کی تعداد بھی بدل رہی ہے (بڑھ رہی ہے)۔

متغیر کی ایک مثال n ہے۔ اس کی قدر طنہیں ہے۔ اس کی قدر $1, 2, 3, 4, \dots$ میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہے۔ مطلوبہ تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کا اصول ہم نے متغیر n کا استعمال کر کے لکھا۔ لفظ متغیر کی قدر طنہیں ہوتی ہے۔ اس کی مختلف قدریں ہو سکتی ہیں۔

اب ہم ماچس کی تیلیوں کے پیٹرن کی ایک اور مثال لیتے ہیں جس سے ہم متغیر کے بارے میں اور زیادہ جان سکیں گے۔

11.4 ماچس کی تیلیوں کے کچھ اور پیٹرن (More Matchstick Patterns)

ایمنہ اور سریتا کو ماچس کی تیلیوں سے پیٹرن بنانا بہت دلچسپ لگا۔ اب وہ انگریزی حرف 'C' بنانے کا پیٹرن بنانا چاہتی ہیں۔ ایک C بنانے کے لیے ان کو تین تیلیوں کی ضرورت ہوگی جیسا کہ شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 11.2

جدول 2 میں C کے پیٹرن بنانے کے لیے مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد دکھائی گئی ہے۔

جدول 2

.....	8	7	6	5	4	3	2	1	C کی تعداد
.....	24	21	18	15	12	9	6	3	ماچس کی تیلیوں کی تعداد

کیا آپ جدول میں چھوڑی گئی خالی جگہوں کو پر کر سکتے ہیں؟

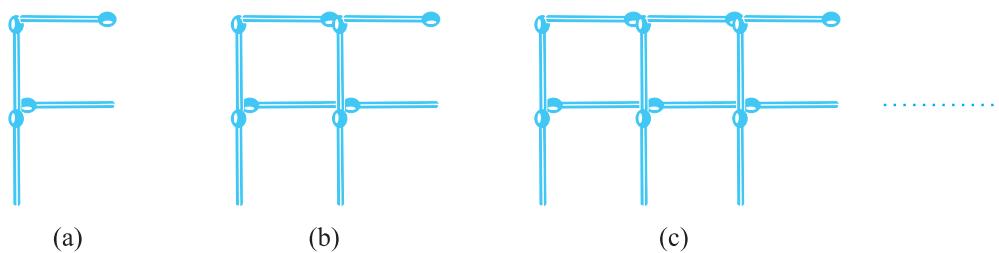
سریتا نے اس کا ایک اصول بنایا۔

مطلوبہ ماچس کی تیلیوں کی تعداد $3n =$

اس نے C کی تعداد کو ظاہر کرنے کے لیے حرف n کا استعمال کیا ہے۔ n ایک متغیر ہے جس کی قیمت 1، 2، 3، 4، ... میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہے کیا آپ کو سریتا کی بات درست لگتی ہے؟

یاد کیجیے کہ $3n$ اور $3 \times n$ ایک ہی ہیں۔

اس کے بعد اینہ اور سریتا F کے پیٹرن بنانا چاہتی ہیں۔ انہوں نے 4 تیلیوں کا استعمال کر کے ایک F بنایا جیسا کہ نیچے شکل (a) میں دکھایا گیا ہے۔



شکل 11.3

کیا اب آپ F کا پیڑن بنانے کا اصول لکھ سکتے ہیں؟

کچھ اور حروف یا ایسی اشکال کے بارے میں سوچئے جو ماچس کی تیلیوں سے بنائے جاسکتے ہیں۔ مثال کے طور پر \square ، U، V، Δ ، مثلث اور \square وغیرہ کوئی پانچ اشکال چنیے۔ ان ماچس کی تیلیوں سے بنائے جانے والے پیڑن کے لیے اصول بھی لکھیے۔

11.5 متغیر کی کچھ اور مثالیں (More Examples of Variables)

ہم نے متغیر کو ظاہر کرنے کے لیے حرف n کا استعمال کیا ہے ” m کیوں نہیں استعمال کیا؟ n میں کوئی خاص بات نہیں ہے۔ کوئی بھی حرف استعمال کیا جاسکتا ہے۔

”متغیر کو کسی بھی حرف m ، p ، l ، y ، x ، z وغیرہ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یاد رکھئے متغیر ایک عدد ہی ہوتا ہے جس کی قدر طے نہیں ہے۔ مثال کے طور پر عدد 5 یا عدد 100 یا کوئی اور دیا گیا عدد متغیر نہیں ہوتا کیونکہ ان کی قدریں طے ہیں۔ اسی طرح کسی مثلث کے زاویوں کی تعداد تین طے ہے۔ یہ ایک متغیر نہیں ہے۔ کسی چوکور کے کونوں کی تعداد (4) بھی طے ہے۔ یہ بھی متغیر نہیں ہے لیکن اوپر دی گئی مثالوں میں n ، متغیر ہے۔ اس کی قیمت 1، 2، 3، ... میں سے کوئی بھی ہو سکتی ہے۔



آئیے اب ہم متغیر کا استعمال کچھ اور جانی پہچانی صورتوں میں کرتے ہیں۔

کچھ طلباء اسکول کی کتابوں کی دکان سے کاپیاں خریدنے جاتے ہیں۔ ایک کاپی کی قیمت 5 روپے ہے۔ منو 5 کاپیاں اور آپو 7 کاپیاں خریدنا چاہتا ہے اور سارا 4 کاپیاں خریدنا چاہتی ہے۔ ان طلباء کے پاس کتنے روپے ہونے چاہیے جب وہ کاپیاں خریدنے دکان پر جائیں؟



یہ اس بات پر منحصر ہے کہ طلباء کو کتنی کاپیاں خریدنی ہیں ان طلباء نے مل کر ایک جدول بنایا۔

جدول 3

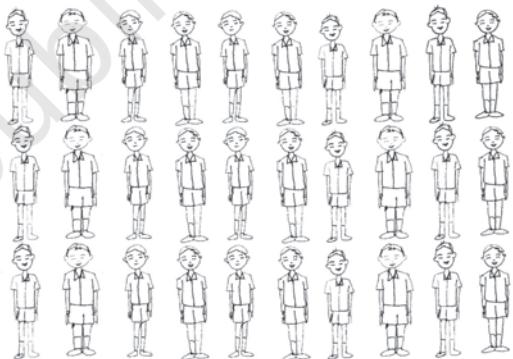
کاپیوں کی مطلوبہ تعداد	1	2	3	4	5	—	m	—	—
کل قیمت روپے میں	5	10	15	20	25	—	$5m$	—	—

1، 2، 3، 4، ... میں کوئی بھی قیمت ہو سکتی ہے۔ m کاپیوں کی کل قیمت درج ذیل اصول سے معلوم کی جاسکتی ہے۔

کل خرچ روپے میں = $5 \times$ کاپیوں کی مطلوبہ تعداد = $5m$

اگر متوج پانچ کاپیاں خریدنا چاہتا ہے تو $m = 5$
 لیجے اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ متوج کے پاس اسکو
 کی دکان پر جانے کے لیے $5 \times 5 = ₹ 25$ یا ₹ 5 × 25
 ہونے چاہیے۔

آئیے ایک اور مثال لیتے ہیں۔ اسکو میں
 یوم جمہوریہ کی تقریبات میں مہمان خصوصی کو سلامی دینے
 کے لیے طلباء قطاروں میں کھڑے ہوئے ہیں ہر قطار
 10 طلباء پر مشتمل ہے (شکل 11.4)۔ سلامی کے وقت
 طلباء کی کتنی تعداد ہوگی؟



شکل 11.4

طلباء کی تعداد قطاروں کی تعداد پر منحصر ہوگی۔ اگر 1 قطار ہے تو 10 ہوں گے۔ اگر 2 قطاریں ہیں تو $10 \times 2 = 20$ طلباء ہوں گے۔ اگر یہاں قطاروں کی تعداد 'n' ہے تو سلامی میں طلباء کی تعداد '10n' ہوگی۔ یہاں پر 'n' ایک متغیر ہے جو کہ قطاروں کی تعداد کو ظاہر کر رہا ہے۔ اور اس کی قیمت 1، 2، 3، 4، ... میں سے کچھ بھی ہو سکتی ہے۔

اب تک ہم نے جتنی بھی مثالیں دیکھیں ہیں ان سب میں ہی متغیر کو ایک عدد سے ضرب کیا گیا ہے۔
 کچھ ایسی بھی صورتیں ہو سکتی ہیں جہاں متغیر میں کسی عدد کو جوڑا یا گھٹایا جاسکتا ہے جیسا کہ یونچے دکھایا گیا ہے۔
 سریتا کہتی ہے کہ اس کے پاس ایمنہ سے دس زیادہ ماربل ہیں۔ اگر ایمنہ کے پاس 20 ماربل ہیں تو سریتا
 کے پاس 30 ہوں گے۔ اگر ایمنہ کے پاس 30 ماربل ہیں تو سریتا کے پاس 40 ہوں گے، وغیرہ۔ ہم یہ نہیں

جانتے کہ اینہ کے پاس اصل میں کتنے ماربل ہیں۔ اس کے پاس کتنے بھی ماربل ہو سکتے ہیں لیکن ہم یہ جانتے ہیں کہ سریتا کے ماربل = اینہ کے ماربل + 10

اب ہم اینا کے ماربل کو حرف x سے ظاہر کریں گے۔ یہاں x متغیر ہے جس کی قدر 1، 2، 3، 4، ...، 10، ...، 20، ...، 30، ... میں کوئی بھی ہو سکتی ہے۔ x کا استعمال کر کے ہم سریتا کے ماربل = $x + 10$ لکھتے ہیں۔ عبارت $(x + 10)$ کو ہم پڑھتے ہیں x جمع 10 اس کا مطلب ہے x میں 10 کو جمع کیا گیا۔ اگر $x = 20$ ہے تو $(x + 10) = 30$ ہوگا۔ اور اگر $x = 30$ ہے تو $(x + 10) = 40$ ہوگا۔ اور اسی طرح اور آگے بھی۔

عبارت $(x + 10)$ کو اور زیادہ آسان نہیں کر سکتے ہیں۔ $x + 10$ اور $10x$ اگلے ہیں ان کو ایک متصفحنا۔ $10x$ میں x کو 10 سے ضرب دی جاتی ہے۔ اور $(x + 10)$ میں x میں 10 کو جوڑا جاتا ہے۔ اس کو جانچنے کے لیے ہم x کی کچھ اور قدر لیتے ہیں۔

مثال کے طور پر

$$\begin{aligned} \text{اگر } x = 2 \text{ تو } x + 10 = 2 + 10 = 12, \text{ اور } 10x = 10 \times 2 = 20 \\ \text{اگر } x = 10 \text{ تو } x + 10 = 10 + 10 = 20 \text{ اور } 10x = 10 \times 10 = 100 \end{aligned}$$

راجو اور بالو دو بھائی ہیں بالو راجو سے 3 سال چھوٹا ہے اگر راجو 12 سال کا ہے تو بالو 9 سال کا ہے۔ اور اگر راجو 15 سال کا ہے تو بالو 12 سال کا ہے مگر ہم کو راجو کی اصل عمر نہیں معلوم ہے یہ کچھ بھی ہو سکتی ہے۔ اگر راجو کی عمر x سال ہے تو بالو کی عمر $(x - 3)$ سال ہوگی۔ یہاں x ایک متغیر ہے۔ اس عبارت $(x - 3)$ کو ہم x گھٹا تین پڑھیں گے۔ اب آپ عمر کو کچھ بھی مان سکتے ہیں اگر $x = 12$ ہے تو $(x - 3) = 9$ ہوگا اور اگر $x = 15$ ہے تو $(x - 3) = 12$ ہوگا۔



11.1 مشق



- مندرجہ ذیل پیٹریں بنانے کے لیے ماچس کی تیلیوں کی مطلوبہ تعداد جانے کا اصول معلوم کیجیے۔ اصول لکھنے کے لیے ایک متغیر کا استعمال کیجیے:

- (a) حرفاً T کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹریں ایسا ہوگا۔
- (b) حرفاً Z کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹریں ایسا ہوگا۔
- (c) حرفاً U کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹریں ایسا ہوگا۔



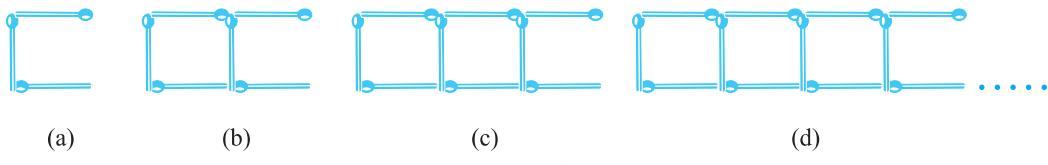
- (d) حرف V کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرین ایسا ہوگا — 
- (e) حرف E کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرین ایسا ہوگا — 
- (f) حرف S کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرین ایسا ہوگا — 
- (g) حرف R کے لیے ماچس کی تیلیوں کا پیٹرین ایسا ہوگا — 
- 2 حروف L, C اور F کے پیٹرین ہم پہلے ہی جانتے ہیں۔ (اوپر دیے گئے) سوال نمبر 1 میں دیے گئے کچھ حروف کے پیٹرین کو لکھنے میں بھی وہی اصول لاؤ ہوگا جو L کو لکھنے میں لاؤ ہوتا ہے۔ وہ کون سے حروف ہیں؟ اور ایسا کیوں ہوا؟
- 3 ایک پریڈ میں کچھ کیڈٹ مارچ کر رہے ہیں۔ ایک قطار میں 5 کیڈٹ ہیں۔ کیڈٹ کی تعداد کس اصول سے معلوم ہو سکے گی جبکہ قطاروں کی تعداد معلوم ہے؟ (قطاروں کی تعداد کے لیے حرف 'n', کا استعمال کیجیے)
- 4 اگر ایک ڈبہ میں 50 آم ہیں تو ڈبوں کی تعداد کو استعمال کرتے ہوئے آپ آموں کی تعداد کو کیسے لکھیں گے۔ (ڈبوں کی تعداد کے لیے 'b', کا استعمال کیجیے)
- 5 استاد نے ہر طالب علم کو 5 پنسلیں دیں۔ اگر طلباء کی تعداد معلوم ہو تو کیا آپ پنسلوں کی تعداد معلوم کر سکتے ہیں؟ (طلبا کی تعداد کو 'S' سے ظاہر کیجیے)
- 6 ایک چڑیا ایک منٹ میں اڑ کر 1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے۔ کیا آپ چڑیا کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ، اس کے اڑنے کے وقت (منٹ میں) کر سکتے ہیں۔ (اس کے اڑنے کے وقت (منٹ میں) کو t سے ظاہر کیجیے)
- 7 رادھا نے نقطوں کی مدد سے ایک رنگوں بنائی (چاک کے پاؤڑ سے نقطے جوڑ کر خطوط بنانے کا ایک خوبصورت پیٹرین) جیسا کہ شکل (5) میں دکھایا گیا ہے) اس نے ایک قطار میں 8 نقطے لگائے۔ اس کو رنگوں کی 'r' کتنے نقطے بنانے ہوں گے۔ اگر یہاں 8 قطاریں ہیں تو کتنے نقطے ہوں گے؟ اور اگر 10 قطاریں تو؟
- 8 لیلا، رادھا کی چھوٹی بہن ہے۔ لیلا رادھا سے 4 سال چھوٹی ہے۔ کیا آپ رادھا کی عمر کے مقابلے میں لیلا کی عمر بتا سکتے ہیں؟ رادھا کی عمر کو x سال مان لیجیے۔
- 9 مان نے لڈو بنائے۔ اس نے کچھ لڈو گھر کے لوگوں کو اور کچھ مہمانوں کو دیے۔ پھر بھی 5 لڈو نجک رہے۔ اگر مان نے L لڈو دے دیے تو بتائیے اس نے کل کتنے لڈو بنائے تھے؟
- 10 سنتروں کو ایک بڑے ڈبے سے چھوٹے ڈبے میں منتقل کرنا ہے۔ جب ایک بڑا ڈبے خالی کیا جاتا ہے تو اس میں سے نکلنے والے سنتروں سے دو چھوٹے ڈبے میں مکمل طور پر بھر جاتے ہیں 10 سنترے باقی نہیں۔ اگر چھوٹے ڈبے میں سنتروں کی تعداد x ہے تو بڑے ڈبے میں کتنے سنترے تھے؟
- 11 (a) مندرجہ ذیل ماچس کی تیلیوں سے بننے مربوعوں کے پیٹرین کو دیکھیے (شکل 6)۔ یہ مرتع الگ الگ نہیں ہیں۔ دو مشتمل مربوعوں میں ایک تینی مشترک ہے پیٹرین پر دھیان دیجیے اور اگر مربوعوں کی تعداد معلوم ہو تو تیلیوں کی



شكل 11.5

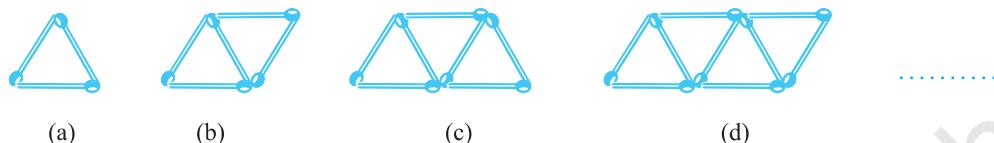
لیلا، رادھا کی چھوٹی بہن ہے۔ لیلا رادھا سے 4 سال چھوٹی ہے۔ کیا آپ رادھا کی عمر کے مقابلے میں لیلا کی عمر بتا سکتے ہیں؟ رادھا کی عمر کو x سال مان لیجیے۔

تعداد معلوم کرنے کا اصول بتائیے؟ (اشارہ: اگر آپ کنارے کی ایک آخری تیلی ہٹا دیں تو آپ کو C کا پیڑن مل جائے گا)



شکل 11.6

(b) شکل 7 میں ماچس کی تیلیوں سے مثلث بنانے کا ایک پیڑن دیا گیا ہے جیسا کہ اوپر مشق (a) میں کہا گیا ہے اگر مثلثوں کی تعداد معلوم ہو تو تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کے لیے اصول بنائیے۔



شکل 11.7

11.6 عام اصولوں میں متغروں کا استعمال (Use of Variables in Common Rules)

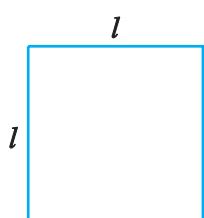
آئیے اب دیکھتے ہیں کہ ریاضی کے بعض عام اصول جن کو ہم پہلے پڑھ چکے ہیں، متغیر کے استعمال سے کیسے ظاہر کیے جاتے ہیں۔

جیو میٹری کے اصول:

مساحت کے باب میں ہم مرربع اور مستطیل کے احاطہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ان کو ایک اصول کی شکل میں لکھنے کے لیے ہم ان کو دوبارہ دیکھیں گے۔

1- مرربع کا احاطہ:

ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی کثیر الاضلاع (3 یا زیادہ قطعات خط سے بننے والی بند شکل) احاطہ اس کے اضلاع کی لمبائیوں کی حاصل جمع ہوتی ہے۔ ایک مرربع کے چار اضلاع ہوتے ہیں۔ جن کی لمبائی آپس میں برابر ہوتی ہے (شکل 11.8)۔ اس لیے



شکل 11.8

$$\begin{aligned} \text{مرربع کا احاطہ} &= \text{مرربع کے اضلاع کی لمبائیوں کا جوڑ} \\ &= \text{مرربع کے کسی اضلاع کی لمبائی کا } 4 \text{ گناہوتا ہے۔} \end{aligned}$$

$$4 \times l = 4l =$$

اس طرح ہم کو مربع کے احاطے کے لیے ایک اصول حاصل ہو گیا۔ متغیر l کا استعمال ہم کو ایک اصول لکھنے میں مددگار ثابت ہوتا ہے جو کہ چھوٹا بھی ہے اور آسانی سے یاد بھی ہو جاتا ہے۔
ہم احاطے کو بھی ایک متغیر مان سکتے ہیں۔ اگر ہم اس کو p مان لیتے ہیں مربع کے احاطے کے اصول کو ہم مربع کے احاطے اور اس کے اضلاع کے درمیان کے رشتہ سے ظاہر کر سکتے ہیں، $p = 4l = 4l$

2 - مستطیل کا احاطہ:

ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کے چار اضلاع ہوتے ہیں مثال کے طور پر مستطیل ABCD کے چار اضلاع AB، BC، CD اور DA ہیں۔ کسی بھی مستطیل کے آمنے سامنے کے اضلاع ہمیشہ آپس میں برابر ہوتے ہیں۔ اس لیے مستطیل ABCD میں اضلاع AB یا CD کی لمبائی کو L سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس طرح AD یا BC کی لمبائی کو b سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس طرح مستطیل کا احاطہ $AB + BC + CD + DA$ کی لمبائی کو p سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ اس کی لمبائی $p = 2l + 2b$

اس لیے اس کا اصول بنا:

$$\text{مستطیل کا احاطہ} = 2l + 2b$$

اگر ہم مستطیل کے احاطے کو p سے ظاہر کرتے ہیں تو مستطیل کے احاطے کا اصول ہو جائے گا $p = 2l + 2b$

نوٹ : یہاں l اور b دونوں متغیر ہیں۔ دونوں کی قدریں الگ الگ ہیں یعنی ایک متغیر کی قدر کا اثر دوسرا متغیر کی قدر پر نہیں پڑتا ہے۔

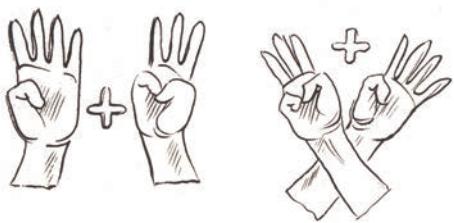
جو میسری کے مطالعہ کے دوران آپ کا سابقہ مستوی اشکال کے رقبوں اور احاطوں اور تین پیاٹی اشکال کے جنم اور سطحی رقبوں کے مختلف اصول اور فارمولوں سے پڑے گا۔ اور ساتھ ہی ساتھ کثیر الاضلاع کے اندر ورنی زاویوں کے جوڑ اور ان کے وتروں (diagonals) کی تعداد معلوم کرنے کے فارمولے پڑھیں گے۔ متغیر کے بارے میں آپ نے ابھی پڑھا ہے یہ ان تمام اصولوں اور فارمولوں کو لکھنے میں بہت مددگار ثابت ہو گا۔

حساب کے اصول:

3 - دو اعداد کے جمع کی تقلیلیت (Commutativity of Addition of two Numbers)

$$\text{ہم جانتے ہیں کہ } 4 + 3 = 7 \text{ اور } 3 + 4 = 7$$

$$\text{یعنی } 4 + 3 = 3 + 4$$



جیسا کہ ہم نے مکمل اعداد کے باب میں دیکھا یہ کوئی بھی دو اعداد کے لیے درست ہوتا ہے۔ اعداد کی اس خاصیت کو اعداد کی جمع کا تقلیلیت کلیہ کہتے ہیں۔ تقلیلیت کا مطلب دل بدل ہے۔ اعداد کی

ترتیب کو اگر ادل بدل دیا جائے تو حاصل جمع پر کوئی اثر نہیں ہوتا ہے۔ متغیر کا استعمال ہمیں اس خاصیت کی عمومیت کا اظہار آسان طریقہ سے کرنے میں مدد کرتا ہے۔ مان لیا a اور b دو متغیر ہیں جن کی قدر کوئی بھی عدد ہو سکتا ہے۔

$$a + b = b + a$$

جب ہم ایک یا دو اصول کو اس طرح لکھ لیتے ہیں تو تمام مخصوص حالتوں بھی اس میں شامل ہو جاتی ہیں۔ اگر $a = 4$ اور $b = 3$ ہے تو $4 + 3 = 3 + 4 = 7$ ہوگا۔ اور اگر $a = 37$ اور $b = 73$ ہے تو ہم کو $37 + 73 = 73 + 37 = 73$ حاصل ہوگا۔ اور اسی طرح آگے بھی۔

4۔ دو اعداد کے ضرب کی تقلیلیت

ہم نے مکمل اعداد کے باب میں یہ بھی دیکھا تھا کہ دو اعداد کی ضرب میں، ضرب دیے جانے والے اعداد پر ان کی ترتیب کا کوئی اثر نہیں پڑتا ہے۔

مثال کے طور پر

$$3 \times 4 = 12, 4 \times 3 = 12$$

$$\text{اس طرح } 4 \times 3 = 3 \times 4$$

اعداد کی اس خاصیت کو اعداد کی ضرب کی تقلیلیت کہتے ہیں۔ اعداد کی ترتیب کی ادل بدل سے ان کے حاصل ضرب پر کوئی اثر نہیں پڑتا ہے۔ جمع کی طرح یہاں بھی متغیر a اور b لیتے ہوئے ہم دو اعداد کے ضرب کی تقلیلیت کچھ اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں۔ $a \times b = b \times a$

یاد رکھیے کہ a اور b کی کوئی بھی قدر لی جاسکتی ہے۔ تمام مخصوص حالتوں جیسے $37 \times 73 = 73 \times 37 = 3 \times 4$ یا $4 \times 3 = 3 \times 4$ یا $37 \times 73 = 73 \times 37$ پر یہ اصول لاگو ہوتا ہے۔

5۔ اعداد کا تقسیمیت (Distributivity of numbers)

مان لیجیے ہم سے 38×7 کی قدر معلوم کرنے کے لیے کہا جائے۔ ظاہر ہے ہم کو 38 کا پہاڑ انہیں آتا ہے۔ تو اس کو ہم کچھ اس طرح حاصل کریں گے۔

$$7 \times 38 = 7 \times (30 + 8) = 7 \times 30 + 7 \times 8 = 210 + 56 = 266$$

یعنی ہم 7 کی تقسیم کو 30 اور 8 کی جمع پر بانٹ سکتے ہیں۔ یہ بات کوئی بھی تین اعداد کے لیے ہمیشہ درست ہوگی۔ جیسے 7 اور 8۔ اس کو ہم ضرب کی جمع پر قسمی خصوصیت (distributivity of multiplication over addition of numbers) کہتے ہیں۔

متغیر کا استعمال کر کے ہم اعداد کی اس خاصیت کو عام اور چھوٹے طریقہ سے لکھ سکتے ہیں۔ مان لیا جائے، a ، b اور c تین متغیر ہیں۔ ان میں سے ہر ایک کی کوئی بھی عددی قیمت طے ہو سکتی ہے۔

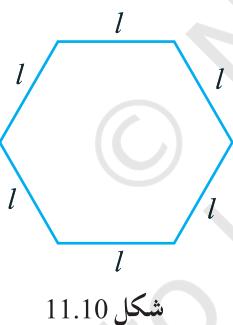
$$a \times (a + b) = a \times b + a \times c$$

اعداد کی خصوصیات بہت دلچسپ ہوتی ہیں اور بہت سی خصوصیات ہم اس سال پڑھیں گے اور باقی آنے والی جماعتوں میں پڑھیں گے۔ متغیر کا استعمال ان خصوصیات کو ایک عام اور مختصر طریقہ سے لکھنے میں مدد گار ہوتا ہے۔ اعداد کی ایک اور خصوصیت مشق 11.2 کے سوال نمبر 5 میں دی گئی ہے۔ اعداد کی ایسی کچھ اور خصوصیات معلوم کرنے کی کوشش کیجیے، اور ان کو متغیر کا استعمال کر کے یاد کرنے کی کوشش کیجیے۔

مشق 11.2

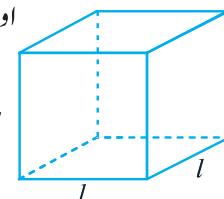


1۔ ایک مساوی ضلعی مثلث کے ضلع کو ۱ سے ظاہر کیجیے اور ۱ کا استعمال کرتے ہوئے مساوی ضلعی مثلث کے احاطہ کو ظاہر کیجیے۔



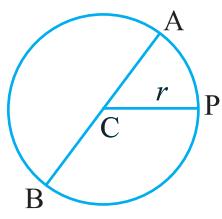
2۔ ایک منظم چھ ضلعی (شکل 11.10) کے ایک ضلع شکل 11.10 کی لمبائی کو ۱ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ۱ کا استعمال کرتے ہوئے چھ ضلعی کا احاطہ معلوم کیجیے۔ (اشارہ۔ ایک منظم چھ ضلعی کے تمام ضلع آپس میں برابر ہوتے ہیں اور سبھی زاویے برابر ہوتے ہیں)۔

3۔ ایک کعب ایک سے العادی شکل ہے جیسا کہ شکل 11.11 کہ میں دکھایا گیا ہے۔ اس کے چھ رخ ہوتے ہیں اور یہ سبھی رخ یکساں مرلیج ہوتے ہیں۔ کعب کے ایک کنارے کی لمبائی کو ۱ سے ظاہر کیجیے۔ کعب کے تمام کناروں کی کل لمبائی معلوم کرنے کا فارمولہ معلوم کیجیے۔



شکل 11.11

4۔ کسی دائرہ کا قطر ایسا قطع خط ہوتا ہے جو دائرہ کے دونوں کو ملاتا ہے اور دائرہ کے مرکز سے ہو کر گزرتا ہے (دی گئی شکل 11.12 میں دائرہ کا قطر A B اور مرکز C)۔ دائرہ کے قطر (d) کو اس کی نصف قطر (r) کی مدد سے ظاہر کیجیے۔



شکل 11.12

5۔ تین اعداد 27، 14 اور 13 کی حاصل جمع پر دھیان دیجیے اس کو ہم دو طرح سے معلوم کر سکتے ہیں۔

(a) ہم پہلے 14 اور 27 کو جوڑیں تو 41 حاصل ہوگا اور پھر اس میں 13 کو جمع کریں تو ہم کو 54 حاصل ہو جائے گا۔

(b) ہم پہلے 27 اور 13 کو جوڑیں تو 40 حاصل ہوگا اور پھر اس میں 14 کو جوڑ دیں تو ہم کو 54 حاصل ہو جائے گا۔ اس طرح $(14 + 27) + 13 = 14 + (27 + 13)$

اس عمل کو کسی بھی تین اعداد کے لیے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اس خصوصیت کو اعداد کی جمع کا تلاز میت کلیہ، کہتے ہیں۔ اس خاصیت کو ہم پہلے مکمل اعداد کے باب میں پڑھ چکے ہیں اس کو تغیر a, b, c کا استعمال کر کے لکھیے۔

11.7 متغیر والی عبارتیں (Expression with Variables)

یاد کیجیے کہ حساب میں ہم نے $4 + 3, 3 \times 100 + (2 \times 10) + 3, 3 \times 100 + (2 \times 10) + 3$ وغیرہ جیسی عبارتوں پر بھی کام کیا ہے یہ عبارتیں مختلف اعداد جیسے 2, 3, 10, 4, 3, 100 وغیرہ سے مل کر بنی ہیں۔ عبارت بنانے میں ہم اعداد کے چاروں بنیادی عملیات جمع، گھٹا، ضرب اور تقسیم کا استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر عبارت $3 \times 10 + 2$ بنانے کے لیے ہم 2 کو 10 سے ضرب کرتے ہیں اور پھر حاصل ضرب میں 3 کو جمع کرتے ہیں۔ حسابی عبارتوں کی کچھ اور مثالیں درج ذیل ہیں۔

$$(-3 \times 4) + 5, 3 + (4 \times 5)$$

$$14 - (5 - 2), 8 - (7 \times 2)$$

$$(5 \times 7) - (3 \times 4), (6 \times 2) - 5$$

$$(7 + 8 \times 2) - (3 \times 4 - 7), 7 + (8 \times 2)$$

متغیر کے ساتھ بھی عبارتیں بنائی جاسکتی ہیں۔ ایسی عبارتیں ہم پہلے دیکھ بھی چکے ہیں جیسے $x, 5m, 2n, 10 + 3, x$ ، وغیرہ ایسی ہی عبارتیں ہیں جن میں متغیر کا استعمال کیا گیا ہے۔ ان عبارتوں میں متغیر پر بنیادی عملیات جمع، گھٹا، ضرب اور تقسیم وغیرہ کیے جاتے ہیں۔ مثال کے طور پر 2 اور متغیر n کو ضرب کرنے پر عبارت $2n$ بنی ہے، 10 اور متغیر x کو جمع کرنے سے عبارت $(10 + x)$ بنی ہے۔ اور اسی طرح باقی بھی۔ ہم جانتے ہیں کہ متغیر کی مختلف قدریں ہو سکتی ہیں یعنی اس کی کوئی طے شدہ قدر نہیں ہوتی ہے، مگر یہ دراصل اعداد ہی تو ہیں اس لیے اعداد کے لیے جمع، تفریق، ضرب، تقسیم وغیرہ سے وابستہ سبھی اصول (نشان والے بھی) ان پر بھی نافذ ہوتے ہیں۔

متغیر والی عبارتوں میں ایک اہم نقطہ کو ضرور نوٹ کیجیے۔ اعداد کی عبارت جیسے $(4 \times 3) + 5 = 12 + 5 = 17$ کو فوراً ہی حل کیا جاسکتا ہے۔

لیکن $(4x + 5)$ جیسی عبارت، جس میں متغیر بھی شامل ہے، کو جلدی حل نہیں کیا جاسکتا ہے۔ اگر x کی کوئی قدر دی جائے تب ہی صرف اس عبارت $(4x + 5)$ کو حل کیا جاسکتا ہے۔ مثلاً اگر $x = 3$

ہے تو ہم اس کو اوپر والی عبارت کی طرح ہی حل کر سکتے ہیں۔

$$4x + 5 = (4 \times 3) + 5 = 17$$

مندرجہ ذیل مثالوں میں ہم دیکھیں گے کہ کچھ آسان عبارتیں کیسے بنتی ہیں۔

عبارتیں
کیسے بنی

y میں 5 کو جمع کیا $y + 5$ (a)

t میں سے 7 کو گھٹایا $t - 7$ (b)

a کو 10 سے ضرب کیا $10a$ (c)

x کو 3 سے تقسیم کیا $\frac{x}{3}$ (d)

q کو 5 سے ضرب کیا $-5q$ (e)

x کو پہلے 3 سے ضرب کیا اور پھر حاصل ضرب میں 2 کو جمع کیا۔ $3x + 2$ (f)

y کو پہلے 2 سے ضرب کیا اور پھر حاصل ضرب میں 5 کو گھٹایا۔ $2y - 5$ (g)

اسی طرح کی 10 اور مثالیں لکھیے اور یہ بھی بتائیں کہ یہ کیسے بنائی گئیں۔

اگر ہم کو یہ بتادیا جائے کہ کسی عبارت کو کیسے بنانا ہے تو بھی ہم اس کو لکھ سکتے ہیں۔ درج ذیل مثالوں پر دھیان دیجیے۔

مندرجہ ذیل کے لیے عبارتیں لکھیے۔

$z - 12$ میں سے 12 کو گھٹایے (a)

$r + 25$ میں 25 کو جمع کیجیے (b)

$16p$ کو 16 سے ضرب کیجیے (c)

$\frac{y}{8}$ کو 8 سے تقسیم کیجیے (d)

$-9m$ کو 9 سے ضرب کیجیے (e)

$10y + 7$ کو پہلے 10 سے ضرب کیجیے اور پھر حاصل ضرب میں 7 کو جمع کیجیے (f)

$2n - 1$ کو پہلے 2 سے ضرب کیجیے اور پھر حاصل ضرب میں 1 کو گھٹایے (g)



کیا $(5 + 3x)$ بنایا جاسکتا ہے؟
کیا $(3x + 3)$ بنایا جاسکتا ہے؟

ایمنہ اور سریتا نے طے کیا کہ وہ عبارتوں کا ایک کھیل کھیلیں گے۔
انھوں نے ایک متغیرہ x اور ایک عدد 3 لیا اور پھر دیکھا کہ ان دونوں سے
وہ کتنی عبارتیں بناسکتی ہیں۔ جبکہ یہ شرط رکھی گئی کہ اعداد کے چاروں بنیادی
عمل میں سے وہ ایک سے زیادہ ایک بار میں استعمال نہیں کریں گی۔ اور
ہر بار x کو ضرور استعمال کیا جائے گا۔ کیا آپ ان کی کچھ مدد کر سکتے ہیں؟

سریتا نے بنایا $(x + 3)$

پھر ایمنہ نے بنایا $(x - 3)$

پھر اس نے کہا $3x$ ، سریتا نے فوراً ہی بنادی $\frac{x}{3}$

دی گئی شرط کے مطابق کیا صرف یہی چار عبارتیں بناسکتی ہیں جو انھوں نے بنائیں؟
اس کے بعد انھوں نے y ، 3 اور 5 کو لے کر یہی کھیل کھیلا، شرط تھی کہ جمع اور تفریق کے عمل سے ایک
بار میں صرف کوئی ایک ہی عمل لیا جاسکتا ہے اور اسی طرح ضرب اور تقسیم میں سے بھی ایک عمل ایک سے
زیادہ بار نہیں لیا جاسکتا ہے اور ہر عبارت میں لا ضرور ہوگا۔ دیکھیے کیا ان کے جوابات درست ہیں۔
مندرجہ ذیل مشقتوں میں ہم دیکھ سادہ عبارتیں کس طرح تنقیل پاتی ہیں۔

کیا $\left(\frac{y}{3} + 5\right)$
اور $(y + 8)$ بناسکتا ہے؟
کیا $15y$ بناسکتا ہے؟

$, 3y, y - 3, y - 5, y + 3, y + 5$

$, 3y + 5, \frac{y}{5}, \frac{y}{3}, 5y$

$5y - 3, 5y + 3, 3y - 5$

کیا آپ کچھ اور عبارتیں بناسکتے ہیں؟

مشق 11.3



1۔ اعداد 5، 7 اور 8 کا استعمال کرتے ہوئے (متغیر نہیں ہے) آپ جتنی عبارتیں بناسکتے ہیں۔ ہر عدد ایک سے زیادہ بار
استعمال نہیں کیجیے گا۔ صرف، جمع، تفریق اور ضرب کا استعمال کیجیے گا۔

(اشارة: تین ممکنہ عبارتیں ہیں $(8 - 7) + 5$ ، $5 + (8 - 7)$ ، $7 - (8 - 7)$ ؛ ایسی عبارتیں بنائیے)۔

2۔ مندرجہ ذیل میں سے کون سی عبارتیں صرف اعداد سے بنی ہیں؟

$(7 \times 20) - 8z$ (b)

$y + 3$ (a)

5 (d)

$5(21 - 7) + 7 \times 2$ (c)



$$5 - 5n \quad (f)$$

$$3x \quad (e)$$

$$(7 \times 20) - (5 \times 10) - 45 + p \quad (g)$$

3- مندرجہ ذیل عبارتیں بنانے میں استعمال ہوئے حسابی عملیات (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) کو پہچانیے اور بتائیے کہ یہ عبارتیں کیسے بنی ہیں؟

$$5z, \frac{y}{17}, 17y \quad (b)$$

$$y - 17, y + 17, z - 1, z + 1 \quad (a)$$

$$-7m - 3, -7m + 3, 7m \quad (d)$$

$$2y + 17, 2y - 17 \quad (c)$$

4- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے عبارتیں بنائیے۔

$$p \text{ میں سے } 7 \text{ گھٹایا} \quad (b)$$

$$\text{ا}(a) p \text{ میں } 7 \text{ جمع کیا گیا}$$

$$p \text{ کو } 7 \text{ سے تقسیم کیا} \quad (d)$$

$$\text{ا}(c) p \text{ کو } 7 \text{ سے ضرب کیا}$$

$$-p \text{ کو } 5 \text{ سے ضرب کیا} \quad (f)$$

$$\text{ا}(e) -m \text{ میں سے } 7 \text{ گھٹایا}$$

$$p \text{ کو } 5 \text{ سے ضرب کیا} \quad (h)$$

$$\text{ا}(g) -p \text{ کو } 5 \text{ سے تقسیم کیا}.$$

5- مندرجہ ذیل میں ہر ایک کے لیے عبارت بنائیے۔

$$2m \text{ میں سے } 11 \text{ کو گھٹایا} \quad (b)$$

$$\text{ا}(a) 2m \text{ میں } 11 \text{ کو جمع کیا}.$$

$$y \text{ کے } 5 \text{ گنے میں سے } 3 \text{ گھٹایا} \quad (d)$$

$$\text{ا}(c) y \text{ کے } 5 \text{ گنے میں کو جمع کیا}$$

$$y \text{ کو } 8 \text{ سے ضرب کیجیے} \quad (e)$$

$$y \text{ کو } 8 \text{ سے ضرب کیجیے اور پھر جواب میں } 5 \text{ کو جمع کیجیے} \quad (f)$$

$$y \text{ کو } 5 \text{ سے ضرب کیجیے اور جواب میں سے } 16 \text{ کو گھٹایے} \quad (g)$$

$$y \text{ کو } 5 \text{ سے ضرب کیجیے اور جواب میں } 16 \text{ کو جمع کیجیے} \quad (h)$$

6- (a) t اور 4 کو استعمال کرتے ہوئے عبارت لکھیے۔ ایک سے زیادہ بنیادی عمل کو استعمال نہ کریں اور ہر عبارت میں t ضرور ہو۔

(b) y اور 7 کا استعمال کرتے ہوئے عبارتیں بنائیے۔ ہر عبارت میں y ضرور ہو۔ صرف دو مختلف بنیادی عمل استعمال کیجیے۔

11.8 عبارتوں کا عملی استعمال (Using Expressions Practically)

ہم کو اکثر ایسی عملی صورت حال کا سامنا ہوتا ہے جس میں عبارتوں کا استعمال ہوتا ہے۔ ان میں سے کچھ کو یاد کیجیے۔

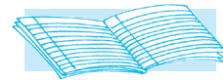
عبارتون کا استعمال کرتے ہوئے بیانات	متغیر	صورت حال (عام زبان میں بیان کی ہوئی)
سریتا کے پاس $x + 10$ ماربل ہیں۔	مان بھی اینہ کے پاس x ماربل ہیں۔	1 - سریتا کے پاس اینہ سے 10 ماربل زیادہ ہیں۔
بالو کی عمر $(3x - 3)$ سال ہے۔	مان بھی راجو کی عمر x سال ہے۔	2 - بالو، راجو سے تین سال جھوٹا ہے۔
بکاش کی عمر $2x$ سال ہے۔	مان بھی راجو کی عمر x سال ہے۔	3 - وکاش کی عمر راجو کی عمر کی دو گنی ہے۔
راجو کے ابا کی عمر $(3x + 2)$ سال ہے۔	مان بھی راجو کی عمر x سال ہے۔	4 - راجو کے ابا کی عمر راجو کی عمر کے تین گنے سے 2 سال زیادہ ہے۔

آئیں ایسی ہی کچھ اور صورت حال دیکھیں۔

عبارتون کا استعمال کرتے ہوئے بیانات	متغیر	صورت حال (عام زبان میں بیان کی ہوئی)
اب سے پانچ سال بعد سون کی عمر $(y + 5)$ سال ہوگی۔	مان بھی سون کی موجودہ عمر y سال ہے۔	5 - اب سے پانچ سال بعد سون کی عمر کیا ہوگی۔
اب سے 4 سال پہلے سون کی عمر $(y - 4)$ سال تھی۔	مان بھی سون کی موجودہ عمر y سال ہے۔	6 - 4 سال پہلے سون کی عمر کیا تھی۔
ایک کلو گیہوں کی قیمت ایک کلو چاول کی قیمت سے 5 روپے کم ہے۔	مان بھی ایک کلو چاول کی قیمت p روپے ہے۔	7 - ایک کلو گیہوں کی قیمت ایک کلو چاول کی قیمت سے 5 روپے کم ہے۔
ایک لیٹر تیل کی قیمت 5 روپے ہے۔	مان بھی ایک کلو چاول کی قیمت p روپے ہے۔	8 - ایک لیٹر تیل کی قیمت ایک کلو چاول کی قیمت سے 5 گناہے۔
ایک بس کی رفتار اسی سڑک پر گھنٹہ ہے۔	مان بھی ٹرک کی رفتار y کلو میٹر فی گھنٹہ ہے۔	9 - ایک بس کی رفتار اسی سڑک پر جانے والے ٹرک کی رفتار سے 15 کلو میٹر فی گھنٹہ زیادہ ہے۔

ایسی ہی کچھ اور صورت حال معلوم کرنے کی کوشش کیجیے۔ آپ دیکھیں گے کہ عام زبان میں ایسے بیانات ہیں جن کو آپ متغیر والی عبارتوں کا استعمال کر کے بیانات میں بدل سکتے ہیں۔ اگلے حصہ میں ہم دیکھیں گے کہ عبارتوں والے بیانات کو ہم اپنے مقصد کے لیے کیسے استعمال کر سکتے ہیں۔

مشق 11.4



-1 مندرجہ ذیل کے جواب دیکھیے۔

(a) مان لیجیے سریتا کی موجودہ عمر 6 سال ہے۔

(i) اب سے پانچ سال بعد اس کی عمر کیا ہوگی؟

(ii) 3 سال پہلے اس کی عمر کیا تھی؟

(iii) سریتا کے دادا کی عمر اس کی عمر کے 6 گنی ہے۔ دادا کی عمر کیا ہے؟

(iv) دادا سے 2 سال چھوٹی دادی ہیں۔ دادی کی عمر کیا ہے؟

(v) سریتا کے ابا کی عمر سریتا کی عمر کے تین گنے سے 5 سال زیادہ ہے۔ ابا کی عمر بتائیے؟

(b) ایک مستطیل نما ہال کی لمبائی، ہال کی چوڑائی کے 3 گنے سے 4 میٹر زیادہ ہے اگر ہال کی چوڑائی 6 میٹر ہے تو لمبائی کیا ہوگی؟

(c) ایک مستطیل نما ڈبے کی اونچائی 6 سینٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی، اونچائی کی 5 گنا اور اس کی چوڑائی، لمبائی سے 10 سینٹی میٹر کم ہے۔ ڈبے کی لمبائی اور چوڑائی کو اس کی اونچائی کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کیجیے؟



(d) مینا، بینا اور لینا نے ایک پہاڑی پر چڑھنے کے لیے قدم بڑھائے۔ مینا 8'، قدم پڑھی۔ بینا اس سے 8 قدم آگے اور لینا 7 قدم پیچھے تھی۔ مینا اور بینا کہاں ہیں؟ پہاڑی کی چوٹی پر پہنچنے کے کل جتنے قدم چاہئیں مینا کے قدم کے 4 گنے سے 10 کم ہیں۔ اس کا استعمال کرتے ہوئے کل قدم بتائیے۔

(e) ایک بس 7 کلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی ہے۔ یہ بس دس پور سے بیس پور جا رہی ہے۔ بس کے چلنے کے 5 گھنٹے کے بعد بھی بیس پور 20 کلو میٹر دور ہے۔ دس پور اور بیس پور کے درمیان کا فاصلہ کتنا ہے؟ 7 کا استعمال کر کے اس فاصلہ کو ظاہر کیجیے۔

-2 مندرجہ ذیل عبارتوں کے بیانات کو عام زبان کے بیانات میں بد لیے۔

(مثال کے طور پر، دیا گیا ہے، سلیم ایک کرکٹ مجھ میں x رن بناتا ہے۔ نالن $(15 + x)$ رن بناتا ہے۔ عام زبان میں کہیں گے کہ نالن سلیم سے 15 رن زیادہ بناتا ہے۔)

(a) ایک کاپی کی قیمت p یورو ہے۔ اور ایک کتاب کی قیمت $3p$ یورو ہے۔

(b) ٹونی نے q ماربل میز پر رکھے اس کے تھیلے میں $8q$ ماربل ہیں۔



- (c) ہماری کلاس میں n طلباء ہیں۔ جبکہ اسکول میں 204 طلباء ہیں۔
 (d) جگنوں سال کا ہے۔ اس کے چچا کی عمر 42 سال ہے اور اس کی پچھی (3 - 4z) سال کی ہیں۔
 (a) دیا گیا ہے، منو کی عمر x سال ہے کیا آپ بتاسکتے ہیں $(2 - x)$ کیا ظاہر کر رہا ہے؟

(اشارہ: منو کے چھوٹے بھائی کے بارے میں سوچیے)

- کیا آپ بتاسکتے ہیں کہ $(x + 4)$ کیا ظاہر کر رہا ہے اور $(3x + 7)$ کیا ظاہر کر رہا ہے؟
 (b) دیا گیا ہے کی سارا کی عمر آج 4 سال ہو گئی اس کی مستقبل اور ماہی کی عمر کے بارے میں سوچیے۔

- مندرجہ ذیل باتیں کیا ظاہر کر رہی ہیں؟ $y + 7$, $y + \frac{1}{2}$, $y + 4\frac{1}{2}$, $y - 3$, y , $y - 2\frac{1}{2}$
 (c) دیا گیا ہے، کلاس میں فٹ بال پسند کرنے والے طلباء کی تعداد n ہے۔ $2n$ کیا ظاہر کر رہا ہے؟ اور $\frac{n}{2}$ کیا ظاہر کر سکتا ہے؟ (اشارہ: فٹ بال کے علاوہ دوسرا کھلیوں کے بارے میں سوچیے)

11.9 مساوات کیا ہے؟ (What is an Equation?)

شکل 1 میں دیا گیا حرف L کا ماچس کی تیلیوں سے بننا پڑیں کیجیے۔ اپنی آسانی کے لیے ہم شکل 1 کو پھر سے بنایتے ہیں۔



L کی مختلف تعداد کو بنانے میں تیلیوں کی مطلوبہ تعداد کو معلوم کرنے کے لیے ایک جدول بھی تیار کیا گیا تھا۔ ہم اس جدول کو بہاں دوبارہ بنارہے ہیں۔

جدول 1

بننے والے L کی تعداد	تیلیوں کی مطلوبہ تعداد
8	16
7	14
6	12
5	10
4	8
3	6
2	4
1	2

ہم جانتے ہیں کہ تیلیوں کی مطلوبہ تعداد کو اصول $2n$ کے ذریعے ظاہر کیا گیا تھا۔
 اگر n بننے والے L کی تعداد ہے۔

اپنے ہمیشہ الگ طرح سے سوچتا ہے اس نے پوچھا، ہم جانتے ہیں کہ L کی دی ہوئی تعداد کو بنانے والی تیلیوں کی مطلوبہ تعداد ہم کیسے معلوم کریں۔ اگر ہم اس کو دوسری طرح سے کہیں تو کیا ہے؟ اگر تیلیوں کی تعداد دی جائے تو ان سے بننے والے L کی تعداد کیسے معلوم کی جا سکتی ہے؟

ہم اپنے آپ سے ایک سوال پوچھتے ہیں؟
اگر تیلیوں کی تعداد 10 ہے تو کتنے L بنیں گے؟

اس کا مطلب ہے کہ ہم کو L کی تعداد (یعنی n) معلوم کرنا ہے جبکہ دیا گیا ہے کہ تیلیوں کی تعداد دی

$$(1) \quad 2n = 10 \text{ یعنی } n = 5$$

یہاں ایک شرط دے دی گئی ہے جس کو متغیر n کو پورا کرتا ہے۔ یہ شرط، مساوات کی ایک مثال ہے۔

ہمارے سوال کا جواب جدول 1 کو دیکھ کر دیا جا سکتا ہے۔ n کی مختلف قدر کے لیے مندرجہ ذیل جدول دیکھیے۔

اگر $n = 1$ ہے تو تیلیوں کی تعداد 2 ہے۔ صاف ظاہر ہے کہ شرط پوری نہیں ہو رہی ہے کیونکہ $2, 10, 12$ نہیں ہے۔

شرط پوری ہوئی؟ ہاں / نہیں	$2n$	n
نہیں	4	2
نہیں	6	3
نہیں	8	4
ہاں	10	5
نہیں	12	6
نہیں	14	7

ہم کو پتہ چلا کہ صرف $n = 5$ کے لیے ہی شرط پوری ہو رہی ہے یعنی مساوات $2n = 10$ کو مطمئن کر رہی ہے۔ (Satisfy)

5 کے علاوہ n کی کوئی اور قدراً مساوات کو مطمئن بھی کر رہی ہے۔

آئیے ایک اور مساوات کو دیکھتے ہیں۔

بالو، راجو سے تین سال چھوٹا ہے۔ راجو کی عمر x سال مان لیجیے تو بالو کی عمر $(3 - x)$ سال ہوگی۔ مان

لیجیے بالو کی عمر 11 سال ہے تو دیکھیے ہم اپنے طریقے سے راجو کی عمر کیسے نکال سکتے ہیں۔

$$(2) \quad x - 3 = 11$$

یہ متغیر x میں ایک مساوات ہے۔ ہم x کی مختلف قدروں کے لیے $(x - 3)$ کی قدر کی ایک جدول تیار

کریں گے۔

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$x - 3$	0	1	-	-	-	-	-	-	-	9	10	11	12	13	-	-

خالی چھوڑی گئی جگہوں کو پر کیجیے۔ جدول سے ہم کو معلوم ہوا کہ صرف $x = 14$ کے لیے ہی شرط $x - 3 = 11$ پوری ہو رہی ہے۔ دوسری قدر کے لیے مثلاً $x = 16$ یا $x = 12$ کے لیے یہ شرط پوری نہیں ہو رہی ہے۔ اس لیے راجو کی عمر 14 سال ہے۔

محضراً، ایک مساوات کس متغیر پر لگی ایک شرط ہے جو کہ متغیر کی صرف ایک قدر کو مطمئن کرتی ہے۔ مثلاً مساوات $3x = 10$ کو متغیر n کی قدر 5 ہی مطمئن کرتی ہے اسی طرح مساوات $x - 3 = 11$ کو متغیر کی قدر 14 ہی مطمئن کرتی ہے۔

نوٹ کیجیے کہ مساوات کی دونوں جانب (Sides) کے درمیان ایک برابر کا نشان (=) ہے۔ مساوات یہ کہتی ہیں کہ باعثیں جانب (L.H.S) کی قدر دائیں جانب (R.H.S) کی قدر کے برابر ہوتی ہے۔ اگر RHS، LHS کے برابر نہیں ہے تو ہم کو ایک مساوات حاصل نہیں ہوگی۔

مثال کے طور پر: اگر کہا جائے کہ $2n > 10$ سے یعنی $10 < 2n$ تو یہ ایک مساوات نہیں ہے۔ اسی طرح $2n < 10$ سے یعنی $10 > 2n$ بھی مساوات نہیں ہے اسی طرح $(x - 3) < 11$ یا $(x - 3) > 11$ بھی مساوات نہیں ہے۔

اب ذرا $5 = 3 - 8$ کو دیکھیے۔

یہاں LHS اور RHS کے درمیان ایک برابر کا نشان ہے یہ صرف اعداد کی مساوات ہے۔ اس میں کوئی متغیر نہیں ہے ہم صرف متغیر والی مساوات دیکھیں گے۔ آئیے ایک مشتق کرتے ہیں۔

مندرجہ ذیل میں کون سی مساوات متغیر کے ساتھ ہیں جن مساوات میں متغیر ہے ان میں متغیر کو پہچانیے۔

$$(ہاں، x) \quad x + 20 = 70 \quad (a)$$

$$(نہیں، یہ مساوات صرف اعداد کی ہے، 8 \times 3 = 24 \quad (b)$$

اس مساوات میں کوئی متغیر نہیں ہے)

$$(نہیں) \quad 2p > 30 \quad (c)$$

$$(ہاں، n) \quad n - 4 = 100 \quad (d)$$

$$(ہاں، b) \quad 20b = 80 \quad (e)$$

$$(نہیں) \quad \frac{y}{8} < 50 \quad (f)$$

درج ذیل مساوات کی کچھ مثالیں دی گئی ہیں (مساوات کے متغیر بھی بتائے گئے ہیں)۔

جہاں ضرورت ہو وہاں خالی جگہ کو بھریے:

خالی جگہوں کو بھرئے:

- | | | |
|-----|---------|-------------------|
| (3) | (متغیر) | $x + 10 = 30$ |
| (4) | (متغیر) | $p - 3 = 7$ |
| (5) | (متغیر) | $3n = 21$ |
| (6) | (متغیر) | $\frac{t}{5} = 4$ |
| (7) | (متغیر) | $2l + 3 = 7$ |
| (8) | (متغیر) | $2m - 3 = 5$ |

11.10 مساوات کا حل (Solution of an Equation)

پچھلے سیکشن میں ہم نے دیکھا کہ مساوات

(1) $2n = 10$ کو 5 مطابق کرتا ہے۔ n کی کوئی اور قدر مساوات کو مطابق نہیں کرتی ہے، مساوات میں متغیر کی وہ قیمت جو مساوات کو مطابق کرے مساوات کا حل کہلاتی ہے۔ اس طرح $5 = n$ ، مساوات $10 = 2n$ کا حل ہے۔
یاد رکھیے کہ $6 = n$ مساوات $10 = 2n$ کا حل نہیں ہے کیونکہ $6 = n$ کے لیے مساوات $2 \times 6 = 12$ ہے اور دس نہیں۔
اسی طرح $4 = n$ بھی حل نہیں ہے۔ بتائیے کیوں نہیں؟۔

(2) $x - 3 = 11$ ایک اور مساوات لیتے ہیں: اس مساوات کو $14 = x$ مطابق کر رہی ہے، کیونکہ $14 = x$ کے لیے مساوات کی ہے
مساوات کی $= 14 - 3 = 11 = \text{RHS}$, LHS اور $16 = x$ کو مطابق نہیں کر رہی ہے کیونکہ $16 = x$ کے لیے مساوات کی ہے
 $16 - 3 = 13$ جو کہ R.H.S برابر نہیں ہے۔

اس طرح $14 = x$ مساوات $x - 3 = 11$ کا حل ہے اور $16 = x$ اس مساوات کا حل نہیں ہے اسی طرح $12 = x$ بھی اس مساوات کا حل نہیں ہے۔ کیوں نہیں وضاحت کیجیے۔
مندرجہ ذیل جدول کو مکمل کیجیے اور اپنے جواب میں ہاں یا نہیں کی بھی وضاحت کیجیے۔

مساوات	متغیر کی قدر	حل (ہاں یا نہیں)
$x + 10 = 30$	$x = 10$	نہیں
$x + 10 = 30$	$x = 30$	نہیں
$x + 10 = 30$	$x = 20$	ہاں
$p - 3 = 7$	$p = 5$	نہیں
$p - 3 = 7$	$p = 15$	—
$p - 3 = 7$	$p = 10$	—
$3n = 21$	$n = 9$	—
$3n = 21$	$n = 7$	—
$\frac{t}{5} = 4$	$t = 25$	—
$\frac{t}{5} = 4$	$t = 20$	—
$2l + 3 = 7$	$l = 5$	—
$2l + 3 = 7$	$l = 1$	—
$2l + 3 = 7$	$l = 2$	—

الجبرا کی ابتداء (Beginning of Algebra)

یہ کہا جاتا ہے کہ الجبرا کی ابتداء ریاضی کی ایک شاخ کے طور پر 1550ق-م یعنی اب سے 3500 سال پہلے شروع ہوئی جب مصر کے لوگوں نے نام معلوم اعداد کو علامات سے ظاہر کرنا شروع کیا۔ 300ق-م کے آس پاس نام معلوم اعداد کو حروف کے ذریعے ظاہر کرنا اور ان سے عبارتیں بنانے کا طریقہ ہندوستان میں عام تھا۔

عظمیم ہندوستانی ریاضی داں آریہ بھٹ (پیدائش 476 عیسوی) برہم گپت (پیدائش 598 عیسوی) مہاویر (پیدائش 850 عیسوی) کے آس پاس اور بھاسکر دوئم (پیدائش 1114 عیسوی) وغیرہ نے الجبرا کے مطالعہ میں اہم روں ادا کیا۔ انہوں نے نام معلوم کو مختلف نام دیے جیسے بیج (Beeja) ورن (Varna) وغیرہ۔ اور انہوں نے معلوم مقدار کو ظاہر کرنے کے لیے مختلف رنگوں کا پہلا حرف جیسے، کالا (Black)، نیلا (Blue) وغیرہ۔ ان عظمیم ہندوستانی ریاضی داں نے الجبرا اپنا ہندوستانی نام بیجا گنت (Beejaganit) دیا تھا۔

لفظ الجبرا (Aljebar W'al almugabalah)، نامی کتاب کے عنوان سے مشتق ہے۔ یہ کتاب لگ بھگ 825 عیسوی میں بغداد کے ایک عرب ریاضی داں محمد ابن الخوارزمی نے لکھی تھی۔

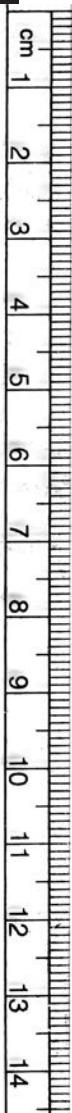
مشق 11.5



-1 بتائیے کہ درج ذیل میں کون سی مساوات ہیں اور کون سی نہیں۔ اپنے جواب کی وجہ بھی بتائیے اور یہ بھی بتائیے کہ کون سی مساوات صرف اعداد سے بنی ہیں اور کون سی متغیر سے۔ متغیر والی مساوات کے متغیر بھی بتائیے۔

- | | | |
|---------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $17 = x + 7$ | (b) $(t - 7) > 5$ | (c) $\frac{4}{2} = 2$ |
| (d) $7 \times 3 - 13 = 8$ | (e) $5 \times 4 - 8 = 2x$ | (f) $x - 2 = 0$ |
| (g) $2m < 30$ | (h) $2n + 1 = 11$ | (i) $7 = 11 \times 5 - 12 \times 4$ |
| (j) $7 = 11 \times 2 + p$ | (k) $20 = 5y$ | (l) $\frac{3q}{2} < 5$ |
| (m) $z + 12 > 24$ | (n) $20 - (10 - 5) = 3 \times 5$ | |
| (o) $7 - x = 5$ | | |

-2 جدول میں خالی چھوڑے گئے تیسراے خانے کو کمل کیجیے۔



مساوات مطین ہیں ہاں / نہیں	متغیر کی قدر	مساوات	نمبر شمار
	$y = 10$	$10y = 80$	(a)
	$y = 8$	$10y = 80$	(b)
	$y = 5$	$10y = 80$	(c)
	$l = 20$	$4l = 20$	(d)
	$l = 80$	$4l = 20$	(e)
	$l = 5$	$4l = 20$	(f)
	$b = 5$	$b + 5 = 9$	(g)
	$b = 9$	$b + 5 = 9$	(h)
	$b = 4$	$b + 5 = 9$	(i)
	$h = 13$	$h - 8 = 5$	(j)
	$h = 8$	$h - 8 = 5$	(k)
	$h = 0$	$h - 8 = 5$	(l)
	$p = 3$	$p + 3 = 1$	(m)
	$p = 1$	$p + 3 = 1$	(n)
	$p = 0$	$p + 3 = 1$	(o)
	$p = -1$	$p + 3 = 1$	(p)
	$p = -2$	$p + 3 = 1$	(q)

-3 ہر مساوات کے سامنے دیے گئے بریکٹ میں دی گئی قدروں میں سے درست حل چنیے۔ اور یہ ثابت کیجیے کہ باقی قدریں مساوات کو مطین نہیں کرتی ہیں۔

$$(10, 5, 12, 15) \quad 5m = 60 \quad (a)$$

$$(12, 8, 20, 0) \quad n + 12 = 20 \quad (b)$$

$$(0, 10, 5 - 5) \quad p - 5 = 5 \quad (\text{c})$$

$$(7, 2, 10, 14) \quad \frac{q}{2} = 7 \quad (\text{d})$$

$$(4, -4, 8, 0) \quad r - 4 = 0 \quad (\text{e})$$

$$(-2, 0, 2, 4) \quad x + 4 = 2 \quad (\text{f})$$

جدول کو مکمل کیجیے اور جدول کو دیکھنے کے بعد مساوات $m + 10 = 16$ کا حل معلوم کیجیے۔ (a) - 4

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	—	—	—
$m + 10$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

جدول کو مکمل کیجیے اور جدول کو دیکھنے کے بعد مساوات $5t = 35$ کا حل معلوم کیجیے۔ (b)

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	—	—	—	—
$5t$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

جدول کو مکمل کیجیے اور جدول کا استعمال کر کے مساوات $z/3 = 4$ کا حل معلوم کیجیے۔ (c)

z	8	9	10	11	12	13	14	15	16	—	—	—	—
$\frac{z}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

جدول کو مکمل کیجیے اور مساوات $3 - m = 7$ کا حل معلوم کیجیے۔ (d)

m	5	6	7	8	9	10	11	12	13	—	—
$m - 7$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

5۔ مندرجہ ذیل پہلیاں حل کیجیے۔ آپ اپنے آپ بھی ایسی پہلیاں بناسکتے ہیں۔

میں کون ہوں؟ (Who I am?)

(i) ایک مردج کے چاروں طرف گھومو۔

ہر کونے کو گنو۔

تین بار اور زیادہ نہیں۔

گناہیا عدد مجھ میں جمع کر دو۔

اور حاصل کرلو چوتیس (34)



(ii) ہفتے کے ہر دن مجھ میں 1 جمع کرو اگر اب کوئی غلطی نہیں کرتے تو آپ کو 23 حاصل ہو گا۔



$$\begin{array}{r} 7 \\ - 6 \\ \hline 11 \end{array}$$



- (iii) میں ہوں ایک خاص عدد۔
نکال لو مجھے میں سے چھ۔
کرکٹ کی ایک پوری ٹیم۔
لیکن پھر بھی کر سکتے ہو فکر۔
- (iv) بتاؤ تو میں کون ہوں۔
میں دیتا ہوں ایک اشارہ۔
مجھے پاؤ گے واپس تم۔
اگر نکالو گے مجھ تم بائیس میں سے۔
- 1- ہم نے ماچس کی تیلیوں کا استعمال کر کے حروف اور دوسری اشکال بنانے کے پیڑن دیکھے۔ ہم نے یہ بھی سیکھا کہ دی گئی شکل کو دہرانے میں اور ان کو بنانے میں تیلیوں کی مطلوبہ تعداد معلوم کرنے میں جو تعلق ہوتا ہے اس کو کیسے لکھا جاسکتا ہے۔ دی گئی شکل کتنی بار دہرانی جائے گی یہ کتنی بدلتی ہے۔ یہ قدر ۱، ۲، ۳، ... میں سے کوئی بھی عدد ہو سکتی ہے۔ یہ ایک متغیر ہے جس کو کسی حرف جیسے n سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
- 2- ایک متغیر کی مختلف قدریں ہو سکتی ہیں۔ یہ قدر طے شدہ نہیں ہے۔ ایک مرتع کے مطلع کی لمبائی کچھ بھی ہو سکتی ہے۔ یہ ایک متغیر ہے۔ لیکن ایک مثلث کے زاویوں کا ایک طے شدہ عدد یعنی ۳ ہے یہ متغیر نہیں ہے۔
- 3- ہم متغیر کو کسی بھی حرف z, y, x, n, l, m, p وغیرہ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔
- 4- ایک متغیر کی وجہ سے کسی بھی عملی حالت کے تعلق کو ظاہر کیا جاسکتا ہے جیسے دو بھائیوں کی عمر میں تعلق ایک بھائی کی عمر اگر 4 سال دی گئی ہے تو دوسرے بھائی کی عمر جو کہ اس سے 3 سال چھوٹا ہے $3 - x$ سال ہو گی۔

- 5- متغیر بھی اعداد ہی ہیں۔ حالانکہ ان کی قدریں طے شدہ نہیں ہیں۔ ہم جس طرح اعداد پر حسابی عملیات جمع، تفریق، ضرب، تقسیم کرتے ہیں بالکل اسی طرح ہم ان کو ان متغیر پر بھی کرتے ہیں۔ مختلف عملیات کا استعمال کر کے ہم متغیر کی مختلف عبارتیں بناسکتے ہیں جیسے $3 - x$, $x + 3$, $5m$, $2n$, $x + 3$, $\frac{p}{3}$, $2y + 3$, $5 - 3x$ وغیرہ۔
- 6- متغیر کی مدد سے ہم بہت سے حساب اور جیو میٹری کے اصولوں کو عام طریقے سے لکھ سکتے ہیں مثلاً، یہ اصول کہ دو اعداد کا حاصل جمع ایک ہی رہتا ہے چاہے ان کی ترتیب بدل دی جائے تو ہم اس کو اس طرح ظاہر کر سکتے ہیں کہ
- $$a + b = b + a$$
- یہاں متغیر a اور b کوئی بھی عدد ظاہر کر سکتے ہیں۔ $1, 32, 1000, -7, -20$ وغیرہ۔
- 7- مساوات ایک متغیر کے لیے ایک شرط ہوتی ہے۔ اس کو یہ کہہ کر ظاہر کیا جاتا ہے کہ متغیر کے ساتھ لکھی گئی ایک ایسی عبارت جو کہ ایک متعین عدد کے برابر ہو، مساوات کہلاتی ہے جیسے $x - 3 = 10$ ۔
- 8- ہر مساوات کے دو حصے ہوتے ہیں۔ باعین جانب (LHS) اور دائن جانب (RHS) ان دونوں کے درمیان برابر کا نشان لگاتے ہیں۔
- 9- مساوات میں متغیر کی کسی ایک خاص قدر کے لیے ہی RHS اور LHS برابر ہوتی ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ متغیر کی یہ خاص قدر مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔ اس قدر کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔
- 10- مساوات کو حل کرنے کا ایک طریقہ، ”طریقہ، آزمائش“ ہے، اس طریقہ میں ہم متغیر کو مختلف قدریں دیتے ہیں۔ اور جائز کرتے ہیں کہ کیا یہ مساوات کو مطمئن کر رہی ہیں؟ یہ مختلف قدریں ہم اس وقت تک دیتے رہتے ہیں جب تک ہم کو وہ صحیح قدر نہ مل جائے جو مساوات کو مطمئن کر لے۔

